T.C. KIRKLARELİ ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK KATLI YAPILARIN SİSTEM KRİTİK BURKULMA YÜKLERİNİN DİFERANSİYEL TRANSFORM METODU İLE BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Süleyman AYDIN

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kanat Burak BOZDOĞAN

OCAK 2016

T.C. KIRKLARELİ ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK KATLI YAPILARIN SİSTEM KRİTİK BURKULMA YÜKLERİNİN DİFERANSİYEL TRANSFORM METODU İLE BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Süleyman AYDIN (1148202001)

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kanat Burak BOZDOĞAN

OCAK 2016

Kırklareli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 1148202001 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Süleyman AYDIN, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı "ÇOK KATLI YAPILARIN SİSTEM KRİTİK BURKULMA YÜKLERİNİN DİFERANSİYEL TRANSFORM METODU İLE BELİRLENMESİ" başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Kanat Burak BOZDOĞAN Kırklareli Üniversitesi

Jüri Üyeleri : Yrd. Doç. Dr. Erdinç KESKİN Kırklareli Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. M. Haluk SARAÇOĞLU Dumlupınar Üniversitesi

.....

Onay:

Prof. Dr. Bülent ŞENGÖRÜR Enstitü Müdür V.

Teslim Tarihi: 11 Ocak 2016Savunma Tarihi: 27 Ocak 2016iii

Beni meslek yaşamım süresince destekleyen ve bana her zaman yardımcı olan ancak yakalandığı müzmin hastalıktan dolayı kaybettiğim canım Babam, Yusuf Aydın, Annem Safiye Aydın ve eşim Emel Aydın'a ithaf ediyorum.

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde bizzat elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada özgün olmayan tüm kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

> İmza Süleyman AYDIN .../.../2016

ÖNSÖZ

Tez çalışmam boyunca bilgi ve deneyimleriyle her konuda bana destek olup yönlendiren insani ve ahlaki değerleri ile çalışkanlığını örnek edindiğim değerli hocam Doç. Dr. Kanat Burak BOZDOĞAN'a katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Ocak 2016

Süleyman AYDIN (İnşaat Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa</u>

BEYAN SAYFASI	V
ÔNSÔZ	vii
IÇINDEKILER	ix
KISALTMALAR	xi
SEMBOL LISTESI	xiii
ÇIZELGE LISTESI	XV
ŞEKIL LISTESI	xvii
	XİX
SUMMARY	XXI
I. GIRIŞ	······ 1
1.1 Tezin Amaci	2
1.2 Literaturi Araştırınası	<i>L</i>
2 DIEEDANSIVEL TDANSEODM METODI (DTM)	10 11
2. DIFERANSITEL TRANSFORM METODU (DTM)	••••••••••••••••••••••••••••••••••••••
2.1 Tontenini Açıklanması 2.2 Vöntemin Örneklendirilmesi	
3 COK KATLI VAPILARIN TEMSİLİNDE ESDEĞER KİRİS MOD	FLLFRÍ
3. ÇOK KATLI TATILAKIN TEMSILINDE EŞDECEK KINIŞ MOD	21
3.1 Kavma Kirisi (KK)	21
3.2 Eğilme Kirişi (EK)	
3.3 Eğilme+Kayma Kirisi (EKK)	
3.4 Sandvic Kiris (SK)	
4. DTM YÖNTEMİNİN UYGULANMASI	
4.1 Rijit Temele Oturan Çok Katlı Yapıların Stabilite Denklemlerinin Ç	ıkarılması
	25
4.2 DTM'nin Rijit Temele Oturan Çok Katlı Yapıların Stabilite Denk	lemlerine
Uygulanması	
4.3 DTM'nin Elastik Temele Oturan Çok Katlı Yapıların Stabilite Denk	lemlerine
5. SUNULAN YONTEMIN IŞLEM ADIMILARI	
6. SAYISAL UYGULAMALAK	
6.1 SayIsal Ornek 1	
6.2 SayIsal Ornek 2	
0.5 Sayısal Ornek 5	
0.4 Sayısal Ornek 4	
0.3 Sayisai Uiflek 3	
0.0 Sayisal Ollick 0	
0.7 Sayisal Ullick /	01 67
0.0 Sayisal Ullick 0	02 61
0.7 Sayisai Ollick 9	04

6.10 Sayısal Örnek 10	
7. SONUCLAR VE ÖNERİLER	
KAYNAKLAR	
ÖZGEÇMİŞ	

KISALTMALAR

KK	: Kayma Kiriş
EK	: Eğilme Kiriş
EKK	: Eğilme ve Kayma Kiriş
SK	: Sandviç Kiriş
DTM	: Diferansiyel Transform Metodu
SAP 2000	: Structural Analysis Program
DBYBHY	: Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik

SEMBOL LİSTESİ

Α	: Kesit alanı
$\mathbf{b}_{\mathbf{w}}$: Kirişin zemine oturan taban genişliği
c	: İntegrasyon sabiti
h	: Kat yüksekliği
h _i	: Binanın i'nci katının kat yüksekliği
Η	: Yapı yüksekliği
D	: Eksenel yer değiştirmeden oluşan global eğilme rijitliği
di	: Boşluklu perdede i. boşluk açıklığı
Ε	: Elastisite modülü
EI	: Eğilme rijitliği
G	: Kayma modülü
GA	: Kayma rijitliği
Ι	: Atalet momenti
k	: Diferansiyel transform parametresi
K	: Çerçeve sistemlerde eşdeğer kayma rijitliği
k'	: Şekil faktörü
\mathbf{k}_0	: Zemin modülü
K ^c	: Boşluklu perde sistemlerde eşdeğer kayma rijitliği
K _b , K _c	: Kiriş ve kolonlara ait eşdeğer kayma rijitliği
K ^c _b , K ^c _c	: Bağ kirişleri ve perde duvarına ait eşdeğer kayma rijitliği
\mathbf{K}_{0}	: Zemin yatak katsayısı
$\mathbf{K}_{\mathbf{ heta}}$: Temelde dönme yayı sabiti
m, r, t, P	: Çok katlı yapıların stabilite denklemlerine ait boyutsuz parametreler
m'	: Boşluklu perde sisteminde perde duvar sayısı
n	: DTM'de kullanılan terim sayısı
n'	: Kolon ve perde sayısı toplamı
q'	: Kirişe etkiyen düzgün yayılı yük
q	: Eşdeğer sandviç kirişe etkiyen eksenel yayılı yük
q_1, q_2	: Eşdeğer sandviç kirişte a ve b kirişlerine etkiyen eksenel yayılı yük
	:::

qH	: Kritik burkulma yükü
Р	: Eşdeğer sandviç kirişe etkiyen yatay yük
Pay, Pby	: Eşdeğer sandviç kirişte a ve b kirişlerine etkiyen yatay yük
Si	: Boşluklu perdede boşluklar arasındaki perde duvar kalınlığı
t _i	: i. kolon yada perdenin sistemin ağırlık merkezine olan mesafesi
Vi	: Gözönüne alınan deprem doğrultusunda binanın i'nci katına etki eden kat kesme kuvveti
w(x)	: Burkulma şeklini ifade eden fonksiyon
Wj	: Binanın j'inci kat ağırlığı
W[k]	: w(x)'in diferansiyel transformu
У	: Yer değiştirme
y (g)	: Genel çözüm
y (h)	: Homojen çözüm
Y (ö)	: Özel çözüm
Yae, Ybe	: Eşdeğer sandviç kirişte a ve b kirişlerinde eğilmeden dolayı oluşan yer değiştirme
Yak, Ybk	: Eşdeğer sandviç kirişte a ve b kirişlerinde kaymadan dolayı oluşan yer değiştirme
Z	: Yapı yüksekliği boyunca tanımlı eksen
δy	: Toplam yer değiştirmedeki değişim
δy _{ae} , δy _{be}	: Eşdeğer sandviç kirişte a ve b kirişlerinde eğilmeden dolayı oluşan yer değiştirmedeki değişim
δy _{ak} , δy _{bk}	: Eşdeğer sandviç kirişte a ve b kirişlerinde kaymadan dolayı oluşan yer değiştirmedeki değişim
π_{a1}, π_{b1}	: Eşdeğer sandviç kirişte a ve b kirişlerinde toplam potansiyel enerji
$\pi_{\mathrm{a2}},\pi_{\mathrm{b2}}$: Eşdeğer sandviç kirişte a ve b kirişlerinde toplam potansiyel enerjideki değişim
μ	: Poisson oranı
3	: Boyutsuz değişken
$(\Delta_i)_{ort}$: Binanın i'inci katındaki ortalama azaltılmış göreli kat ötelemesi
θ_i	: i'inci katta tanımlanan ikinci mertebe gösterge değeri

ÇİZELGE LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Çizelge 4.1	: Çeşitli zeminler için dönme yayı sabiti değerleri (Nadjai ve Johnson, 1998)
Çizelge 6.1	: DTM ile hesapta kulanılan parametreler
Çizelge 6.2	DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması
Çizelge 6.3	: DTM ile hesapta kulanılan parametreler
Çizelge 6.4	DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması
Çizelge 6.5	: DTM ile hesapta kulanılan parametreler
Çizelge 6.6	DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması
Çizelge 6.7	: DTM ile hesapta kulanılan parametreler
Çizelge 6.8	DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması
Çizelge 6.9	: DTM ile hesapta kulanılan parametreler
Çizelge 6.10	DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması
Çizelge 6.11	: DTM ile hesapta kulanılan parametreler
Çizelge 6.12	DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması
Çizelge 6.13	: DTM ile hesapta kulanılan parametreler
Çizelge 6.14	DTM ile hesaplanan ve Hoenderkamp tarafından hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması
Çizelge 6.15	: DTM ile hesapta kulanılan parametreler
Çizelge 6.16	DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması
Çizelge 6.17	: DTM ile hesapta kulanılan parametreler
Çizelge 6.18	DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması
Çizelge 6.19	: Çeşitli zeminler için dönme yayı sabiti değerleri (Nadjai ve Johnson, 1998)

Çizelge 6.20 : Perde Boyutları.	67
Çizelge 6.21 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler	68
Çizelge 6.22 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik	burkulma
yüklerinin karşılaştırılması.	69

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 :	Elastik zemine oturan kirişe ait kesit
Şekil 3.1 :	Kırklareli Eski Tren Garı Binası (Url-1)
Şekil 3.2 :	a) Çok katlı çerçeve, b) Eşdeğer kayma kirişi, c) Kayma kirişi yer değiştirmesi
Şekil 3.3 :	Tünel kalıp sistemi ile inşa edilen konut inşaatı (Url-2)
Şekil 3.4 :	Kırklareli'nde Hamitabat Doğalgaz Çevrim Santralinde 135 m yüksekliğindeki Soğutma Bacası
Şekil 3.5 :	Çok katlı perde-çerçeve sistemin eşdeğer eğilme+kayma kiriş olarak modellenmesi
Şekil 3.6 :	Çok katlı perde-çerçeve sistemin eşdeğer sandviç kiriş olarak modellenmesi
Şekil 4.1 :	Rijit temele oturan çok katlı perde-çerçeve sistemin eşdeğer sandviç kiriş olarak modellenmesi
Şekil 4.2 :	Eşdeğer sandviç kirişe etkiyen dış yüklerin gösterilmesi
Şekil 4.3 :	Çerçeve örneği
Şekil 4.4 :	Boşluklu perde örneği
Şekil 4.5 :	Bağlantı Tipleri; (a) X-bağlantısı, (b) K-bağlantısı, (c) N-bağlantısı ve (d) Göğüsleme bağlantısı (Hoenderkamp,2002, p.231)
Şekil 4.6 :	Elastik temele oturan çok katlı perde-çerçeve sistemin eşdeğer sandviç kiriş olarak modellenmesi
Şekil 5.1 :	Yöntemin bilgisayar programına ait akış şeması
Şekil 6.1 :	Rijit temele oturan 20 katlı perde-çerçeve örneği45
Şekil 6.2 :	Çerçeve sistemine ait kesit
Şekil 6.3 :	Rijit temele oturan 10 katlı düzensiz boşluklu perde örneği
Şekil 6.4 :	Boşluklu perdeye ait kesit
Şekil 6.5 :	Boşluklu perdeye ait kesit
Şekil 6.6 :	Boşluklu perdeye ait kesit
Şekil 6.7 :	Boşluklu perdeye ait kesit
Şekil 6.8 :	Rijit temele oturan 12 katlı düzlem çerçeve (Zalka, 2013)55
Şekil 6.9 :	Rijit temele oturan 15 katlı düzlem dolu perde

Şekil 6.10	: Rijit temele oturan 18 katlı düzenli boşluklu düzlem perde (Zalka, 2013)
Şekil 6.11	: Rijit temele oturan 8 katlı düzlem çelik çapraz çerçeve (Zalka, 2013)60
Şekil 6.12	: Rijit temele oturan 20 katlı düzlem çelik çapraz çerçeve (Hoenderkamp 2002)
Şekil 6.13	: Rijit temele oturan 10 katlı düzenli boşluklu düzlem perde (Gustafsson ve Hehir, 2005)
Şekil 6.14	Rijit temele oturan 14 katlı düzlem çerçeve65
Şekil 6.15	: Elastik temele oturan 20 katlı perde-çerçeve örneği

ÇOK KATLI YAPILARIN SİSTEM KRİTİK BURKULMA YÜKLERİNİN DİFERANSİYEL TRANSFORM METODU İLE BELİRLENMESİ

ÖZET

Büyük yerleşim merkezlerinde, nüfusun yoğun olduğu alanlarda daha fazla sayıda konut ve işyeri oluşturma gereksinimi, imar durumuna aykırı olmamak şartıyla çok katlı yapıların yapımını zorunlu hale getirmiştir. Çok katlı yapılarda, yapı yüksekliğinin artması ile yapıya gelen yatay yükler (Deprem yükleri, Rüzgar yükleri vb.) artacağından bu yükleri emniyetle taşıyabilecek taşıyıcı sistemin ve taşıyıcı sistemde kullanılacak malzemenin seçilmesi önem arz etmektedir. Bu aşamada yüksek dayanımlı yapısal malzemelerin seçilmesi ekonomik kesitlerin ortaya çıkmasını sağlayarak yapı ağırlığının ve yapıya gelen deprem kuvvvetlerinin azalmasını sağlayacak ancak taşıyıcı sistemde stabilite (burkulma) probleminin de ön plana çıkmasına neden olacaktır. Bu aşamada düşey taşıyıcı elemanların boyutlandırılmasında kritik burkulma yüklerinin de belirlenmesi önem arz etmektedir. Ayrıca kritik burkulma yüklerinin belirlenmesi bu yükün ikinci mertebe analizde kullanılması nedeniyle de önemlidir.

Bu çalışmada, elastik ve rijit temele oturan çok katlı yapıların diferansiyel denklemlerle ifade edilen stabilite denklemlerinin Diferansiyel Transform Metodu (DTM) ile çözülerek kritik burkulma yüklerinin nasıl hesaplanacağı anlatılmıştır. Çalışma, genel olarak yedi ana bölümden oluşmuştur.

Birinci bölümde; tezin amacı, tez konusu ile ilgili daha önce yapılmış çalışmalar ve Diferansiyel Transform Metodu'nun uygulanmasında yapılan kabuller anlatılmıştır.

İkinci bölümde, Diferansiyel Transform Metodu hakkında kısaca bilgi verilmiş ve bu metodun elastik zemine oturan basit mesnetli kiriş üzerinde sayısal uygulaması gösterilmiştir.

Üçüncü bölümde, çok katlı yapıların temsilinde kullanılan eşdeğer kiriş modelleri hakkında bilgi verilmiştir.

Dördüncü bölümde, sürekli sistem hesap modeline uygun olarak modellenmiş elastik ve rijit temele oturan çok katlı yapıların stabilite durumunu gösteren diferansiyel denklemlerin çıkarılması ve Diferansiyel Transform Metodu'nun bu denklemlere uygulanması anlatılmıştır.

Beşinci bölümde, Kritik burkulma yüklerinin Diferansiyel Transform Metodu ile hesabında işlem adımları ve sunulan yöntemin sayısal uygulamalar için geliştirilen bilgisayar programının akış diyagramı gösterilmiştir.

Altıncı bölümde, sunulan yöntemin uygunluğunu göstermek üzere düzlem çerçeve, dolu perde, boşluklu perde ve perde-çerçeve örnekleri Diferansiyel Transform Metodu (DTM) ile çözülerek elde edilen sonuçlar Sonlu Elemanlar Yöntemi ve literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Yedinci bölümde ise çalışmanın bütününden elde edilen sonuçlar ve öneriler hakkında bilgi verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kritik Burkulma Yükü, Çok Katlı Yapı, Diferansiyel Transform Metodu.

THE DETERMINATION OF SYSTEM CRITICAL BUCKLING LOADS OF MULTI-STOREY BUILDINGS WITH DIFFERENTIAL TRANSFORMATION METHOD

SUMMARY

The necessity of building more houses and offices in the densely populated regions in big centres of population obligated the construction of multi-storey buildings on the condition that it was obeyed the zoning status. In multi-storey buildings, as the horizontal loads coming to building through the increase of building height (earthquake loads, wind loads and etc.) will rise, the choice of the system that can carry these loads in safe and the material to be used in the bearing system is important. At this stage, the choice of high-strength structural materials will provide economic sections and decrease the weight of building and the earthquake strengths coming to building, however, it will also cause the rise of stability problem. In this phase, the determination of critical buckling loads in the sizing of horizontal bearing elements is also significant. Besides, the determination of critical buckling loads is also important since this load is used for the analysis in the second order analysis.

In this study, how the critical buckling loads of stability equations expressed with differential equations of multi-storey buildings based on elastic rigid foundation is solved with differential transformation method (DTM) are calculated has been handled. The study is generally composed of seven main chapters.

In the first chapter, the purpose of the thesis was ascertained, the studies previously achieved concerning the topic of the thesis and the acceptations made in the application of differential transformation method were described.

In the second chapter, a brief information was given about differential transformation method and the numerical application of this method subsiding on elastic foundation was shown on simply supported beam.

In the third chapter, it was given information about equivalent beam models used in the representation of multi-storey buildings.

In the fourth chapter, the derivation of differential equations showing the stability status of multi-storey buildings that are modelled proper to continuum system calculation model and based on elastic and rigid foundation and the application of this differential transformation method on these equations were explained.

In the fifth chapter, the process steps with the differential transformation method of critical buckling loads and the flow diagram of the computer program developed for the numerical applications of the presented method were shown.

In the sixth chapter, in order to demonstrate the suitability of the presented method, plane frame, shear wall, coupled shear wall and wall-frame samples were solved with

differential transformation method (DTM) and the adopted results were compared with finite elements method and with the results in the literature.

In the seventh chapter, it was given information about the results obtained from the whole of study and suggestions.

Key Words: Critical Buckling Load, Multi-Storey Building, Differential Transformation Method.

1. GİRİŞ

Çok katlı yapılarda kritik burkulma yükünün tayininin bu yükün ikinci mertebe analizde yardımcı bir parametre olması nedeniyle önemli olduğu bilinmektedir (Kollar, 2008). Ayrıca ikinci mertebe etkileriyle ilgili olarak DBYBHY 2007'ye göre, dikkate alınan deprem doğrultusunda her bir kattaki ikinci mertebe gösterge değeri olan θ_i 'nin Denklem (**1.1**)'deki koşulu sağlaması durumunda ikinci mertebe etkileri Betonarme ve çelik yapı yönetmeliklerine göre değerlendirilir.

$$\theta_i = \frac{(\Delta_i)_{ort} \sum_{j=i}^N w_j}{V_i h_i} \le 0.12$$
(1.1)

Burada; $(\Delta_i)_{ort}$ i. kattaki kolon ve perdelerde hesaplanan azaltılmış göreli kat ötelemelerinin kat içerisindeki ortalama değerini, V_i gözönüne alınan deprem doğrultusunda binanın i'nci katına etki eden kat kesme kuvvetini, h_i binanın i'nci katının kat yüksekliğini ve w_j ise binanın her katının ağırlığını göstermektedir.

Mevcut yönetmeliklerde kritik burkulma yüklerinin belirlenmesinde tüm yapısal sistemin analizi yerine alt sistem yaklaşımı esas alınmaktadır (Kollar, 2008; Girgin ve Özmen, 2008). Yapılan bazı çalışmalarda zaman zaman alt sistem yaklaşımının hatalı sonuçlar verebildiği gözlenmiştir. Bu nedenle stabilite analizinin tek tek elemanlar üzerinden değil sistem üzerinden yapılması daha gerçekçidir. Her ne kadar sonlu elemanlar gibi ayrıntılı analiz yapan yöntemlerle sistem kritik burkulma yükü hesaplanabilse de özellikle eleman sayısının artması çözüm süresinin uzamasına neden olmaktadır. Bu durum perdeli yapılarda kabuk eleman kullanılması durumunda daha belirgindir. Bazı durumlarda da analiz sonuçlarının zaman zaman hatalı sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu nedenle gerek ön boyutlandırma aşamasında gerekse de ayrıntılı analiz yapan paket programlarının sonuçlarının kontrolünde yaklaşık çözüm yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yaklaşık yönteme literatürde rastlanılmaktadır. Bu yaklaşık yöntemleriden birisi de Sürekli Sistem Hesap Modeli Yöntemi'dir. Bu yöntemle çok

katlı çok açıklıklı çerçeve, çerçeve-perde, perde, tüp taşıyıcı sisteme sahip yapılar eşdeğer çubuk sistemlerle idealize edilebilmektedir. Böylece çok parametreye bağlı olan sistem eşdeğer çubuk benzeşimiyle daha az parametreli sisteme dönüştürülmektedir. Bu yöntemle elde edilen sonuçların gerek ön boyutlandırma aşamasında gerekse de paket programların kontrolünde kolaylık sağladığı literatürde yapılan çalışmalarda gösterilmiştir. Ayrıca daha az parametreyle çözüm yapılabildiği için ayrıntılı analiz yapan Sonlu Elemanlar Yöntemi'nde gözden kaçabilen yapı davranışı kolaylıkla görülebilmektedir.

1.1 Tezin Amacı

Bu tez kapsamında ön boyutlandırma aşamasında ve hazır paket programlarının sonuçlarının kontrolünde kullanılmak üzere çok katlı yapıların kritik burkulma yüklerinin belirlenmesi için pratik bir yöntem önerilmesi amaçlanmıştır.

Bu amaçla Sürekli Sistem Hesap Modeli ile birlikte Diferansiyel Transform Metodu'nun beraber kullanıldığı bir yöntem önerilmiştir. Aynı zamanda önerilen yöntemle yapının stabilite durumunda davranışı hakkında da ön bilgi edinilmesi amaçlanmıştır.

1.2 Literatür Araştırması

Literatürde tez konusu ile ilgili olarak yapılan çalışmalar iki kısımda açıklanmıştır. Birinci kısımda çok katlı yapıların burkulması ile ilgili yapılan çalışmalar, İkinci kısımda ise çok katlı yapıların kritik burkulma yüklerinin belirlenmesinde kullanılan yöntem olan DTM ile ilgili çalışmalar açıklanmıştır. Birinci kısımdaki çalışmalar aşağıda verilmiştir.

Rosman (1973), çalışmasında simetrik perdeli yapıların en küçük kritik burkulma yükü ile doğal titreşim periyodunun tayini için basit bağıntılar önermiştir.

Çalışmada, stabilite ve dinamik analizin pratik bir şekilde tayini için tablolar kullanılmıştır. Ayrıca kat döşemelerinin sonsuz rijit olarak dikkate alınmasının kritik burkulma yükünü arttırdığı vurgulanmış ve temel altı dönmelerinin kritik burkulma yüküne katkısının ihmal edilemeyeceği ifade edilmiştir.

Rutenberg ve diğ. (1988), çalışmalarında boşluklu perde veya perde-çerçevelerin kritik burkulma yüklerinin belirlenmesi için bir bağıntı önermişlerdir. Söz konusu bağıntı, kritik burkulma yükünü güvenli tarafta kalacak şekilde hesaplamaktadır.

Çalışmada, perde-çerçeve sistemine ait diferansiyel denklem yalnız eğilme ve eğilme+kayma yer değiştirmesi olmak üzere ayrılmakta ve çözüme böylece ulaşılmaktadır. Diferansiyel denklemlerin çözümü için Bessel fonksiyonlarından yararlanmışlardır. Çalışmanın sonunda sunulan yöntemin Sonlu Elemanlar Yöntemi'ne uygunluğunu göstermişlerdir.

Wang (1991), çalışmasında yapı yüksekliğinin artması ile ikinci mertebe etkilerinin yer değiştirmeleri arttırdığını vurgulamış ve özellikle narin ve dar yapılarda bu etkilerin önemini ifade etmiştir.

Çalışmada, yatay yükler altında yazılabilen diferansiyel denkleme eksenel yükler ilave edilmiş ve yeni haldeki diferansiyel denklemin çözümü ile perdeli yapıların kritik burkulma yükünün belirlenmesi için bir bağıntı önerilmiştir.

Wang (1997), çalışmasında değişken kalınlığa sahip boşluklu perdelerin yatay yükler altındaki statik analizi, serbest titreşim ve stabilite analizi için basit bağıntılar önermiştir.

Çalışmada, elastik kritik burkulma yükünün belirlenmesi için elde edilen bağıntı enerji yöntemi kullanılarak bulunmuştur. Yöntemde eksenel yayılı yük yapı yüksekliği boyunca üniform olarak dikkate alınmıştır. Çalışmanın sonunda 40 katlı boşluklu perde örneği çözülerek sunulan yöntemin uygulanabilirliği gösterilmiştir.

Kumbasar (1998), çalışmasında yatay ötelemesi önlenmiş ve önlenmemiş çok katlı çerçevelerin yaklaşık burkulma yüklerinin hesabında "Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları (TS 500)" standardında narin kolonlar için verilen monogramlara eşdeğer bağıntılar elde ederek ACI-318 şartnamesi ile kıyaslama yapmıştır. Önerilen bağıntıların elde edilmesinde Muto yönteminden yararlanılmış ve kolonların eksenel şekil değiştirmesi ihmal edilmiştir.

Yanal ötelemesi önlenmiş ve önlenmemiş çerçevelerin burkulma yükü için verilen bağıntılar örnek bir çerçeve sistem üzerinde uygulanarak elde edilen sonuçlar ikinci mertebe hesabı ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Zalka (1999), çalışmasında çaprazlı çerçevelerin sistem kritik burkulma yüklerinin belirlenmesi için bir yöntem geliştirmiştir. Yöntemde çok katlı çaprazlı çelik çerçeve eşdeğer bir kiriş olarak idealize edilmiştir. Bu idealizasyon sırasında çapraz elemanların davranışı eşdeğer kayma rijitliği ile temsil edilmiştir. Eksenel yük yayılı olarak dikkate alınırken çerçevelerin hem mafsallı hem de ankastre mesnet durumları da dikkate alınmıştır. Yapılan örneklerde sunulan yöntemin hatasının %10'dan az olduğu görülmüştür. Sunulan yöntemin uygunluğunu araştırmak için deney yapılmıştır. Bu amaçla literatürden bilinen Cardington çelik yapısı kullanılmıştır.

Li (2001), çalışmasında eğilmeli kayma yapısı olarak dikkate alınabilen plakların burkulma analizi için bir yöntem önermiştir.

Çalışmada, yüksek yapılarda perdeli ve narin dikdörtgen plakların davranışı eğilme+kayma davranışı olarak idealize edilmiştir. Bu idealizasyona uygun olarak stabilite durumunu ifade eden kısmi diferansiyel denklem yazılmış, daha sonra değişkenlere ayırma yöntemi ile kısmi diferansiyel denklem adi diferansiyel denklemlere indirgenerek çözüme ulaşılmıştır. Ayrıca çalışmada kesit özelliklerinin yapı yüksekliği boyunca değişimi de Bessel fonksiyonları yardımıyla dikkate alınmıştır.

Çalışmanın sonunda Pekinde bulunan 20 katlı narin bir yapının kritik burkulma yükü sunulan yöntem ile çözülerek sonuçlar Sonlu Elemanlar Yöntemi ile karşılaştırılmış olup sonuçların birbirine çok yakın olduğu gösterilmiştir.

Hoenderkamp (2002), çalışmasında düzlem yatay taşıyıcı elemanların sistem burkulma yüklerinin belirlenmesi için basit, elle çözüm yapan bir yöntem önermiştir.

Çalışmada eğilme ve kayma rijitliğine bağlı olarak yapı idealize edilmiştir. Ayrıca yöntemde yapı temelindeki dönmeler de dikkate alınmıştır. Sunulan yöntem ile yatay yer değiştirmede ve momentlerin belirlenmesinde ikinci mertebe etkileri dikkate alınmıştır. Yazar, sunmuş olduğu yöntemi ön boyutlandırma aşamasında ve paket programların sonuçlarının kontrol edilmesinde güvenle kullanılabileceğini ifade etmiştir. Sunulan yöntemde yapı geometrik ve malzeme özelliklerinin yapı yüksekliği boyunca üniform olduğu kabul edilmiştir. Çalışmanın sonunda çözülen örneklerde çelik çaprazlı çerçeveler ele alınmıştır.

Zalka (2002), çalışmasında dolgulu çerçevelerin düzlem içi kritik burkulma yüklerinin belirlenmesi için kapalı çözüme dayanan bir yöntem önermiştir.

Çalışmada burulma da dikkate alınmıştır. Sistemin kritik burkulma yükü salt öteleme ve salt burulma hallerine ait kritik burkulma yüklerine bağlı olarak yazılan üçüncü dereceden bir denklemin çözümü ile elde edilmiştir. Yazar iki örnek üzerinde yöntemin uygulanabilirliğini göstermiştir. Ayrıca çalışmada kritik burkulma yükü ile yapı güvenliği arasındaki ilişki de vurgulanmıştır.

Potzta ve Kollar (2003), çalışmalarında bina türü yapılarının yaklaşık analizi için eşdeğer kiriş yaklaşımını geliştirmişler ve eşdeğer kirişlere ait eşdeğer rijitlikler önermişlerdir. Sunulan yöntemin klasik Sonlu Elemanlar Yöntemi'ne uygun sonuçlar verdiği ifade edilerek çerçeveler, kafes kirişleri, perdeler ve perde-çerçevelerden oluşan ince ve geniş yapılar için bu yöntemin güvenle kullanılabileceği gösterilmiştir. Yazarlar, çalışmada sundukları yöntemin kullanışlılığını, yüksek katlı yapıların burulmalı burkulma ve titreşim analizlerindeki örnekler üzerinde göstermişlerdir.

Xenidis ve Makarios (2004), çalışmalarında çok katlı betonarme yapıların kritik burkulma yüklerinin belirlenmesi için bir formül önermişlerdir. Ayrıca çalışmada P- Δ etkileri de incelenmiştir. Sunulan yöntemde önerilen formül doğrudan yapının elastik ve geometrik özellikleri kullanılarak elde edilmiştir. Sunulan bağıntı çerçevelerde hakim davranışın eğilme veya kayma olması durumuna göre değişmektedir.

Girgin ve diğ. (2005), çalışmalarında düzensiz çerçevelerin burkulma yüklerinin yaklaşık olarak hesaplanmasında basitleştirilmiş bir yöntem geliştirmişlerdir. Yöntemde, Çakıroğlu tarafından geliştirilmiş olan çerçevelerin fiktif yatay yüklere bağlı olarak analizi yönteminden elde edilen sonuçlar kullanılmıştır. Yazarlar yapmış oldukları örnek üzerinde geliştirdikleri yöntemle elde ettikleri sonuçları İkinci mertebe etkilerini de dikkkate alan özel bir yazılım kullanarak elde ettikleri kesin sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Yapılan örnekte sunulan yöntemin hatasının % 5'den az olduğu görülmüştür.

Özmen ve Girgin (2005), çalışmalarında ötelemesi önlenmemiş çok katlı yapılarda kolon burkulma yüklerinin yaklaşık olarak belirlenmesi amacıyla hata oranı kabul edilebilir mertebede olan bir yöntem geliştirmişlerdir. Çakıroğlu, tarafından 1977 yılında geliştirilen, çerçevelerin yatay yük analizini esas alan hesap yönteminden

elde edilen sonuçları kullanarak tüm sistemin burkulma yükünü basit bir formül ile hesaplamışlardır.

Bu çalışmada, TS 648'de ötelemesi önlenmemiş merkezi basınca çalışan çubuklar için kolonların her iki ucundaki dağıtma katsayılarını ifade eden formülle elde edilen katsayıların aynı yönetmelikteki monogram üzerinde işaretlenmesiyle elde edilen K burkulma katsayısının hatalı sonuçlar verdiğini geliştirdikleri yöntemle sayısal örnekler üzerinde göstermişlerdir. Bu sayısal uygulamada üç adet ötelemesi önlenmemiş örnek çerçeve sistemini incelemişlerdir. Bu örneklerde kesin burkulma yüklerini özel yazılım kullanarak hesaplamışlardır. Bu yazılımda sistem çubuklarının İkinci mertebe rijitlik matrisleri hesaplanarak determinant kriteri kullanılıp ardışık yaklaşım düzeni uygulamışlardır. Analiz neticesinde K burkulma katsayılarının en düzenli örnek için bile en alttaki kat için yaklaşık % 16.9 oranında ve güvensiz yönde hatalı sonuç verdiğini görmüşlerdir.

Söz konusu çalışmada, bu hatalı sonucu azaltmak amacıyla, Çakıroğlu tarafından geliştirilen çerçevelerin fiktif yatay yüklere göre hesabından yararlanarak çerçeve burkulma yüklerini ve kolon burkulma boylarını yaklaşık olarak hesaplamışlardır. Bu yöntemde çerçeveye uygulanan yatay fiktif yükleme sonucunda çerçevede, burkulma moduyla aynı veya orantılı yatay yerdeğiştirmelerin meydana geldiği kabul edilmiştir. Söz konusu yüklemelere Betti karşıtlık teoremi uygulanarak burkulma yükü ile göreli kat yerdeğiştirmesinin yaklaşık değeri hesaplanmıştır. Yöntemin uygulanabilirliğini test etmek amacıyla da daha önceki sayısal uygulamada kullanılan üç adet ötelemesi önlenmemiş örnek çerçeve sistemini incelemişlerdir. Bulunan burkulma yüklerine göre hesaplanan burkulma boyları tüm örnekler için hesaplanarak kesin sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Girgin ve diğ. (2006), çalışmalarında hem düzenli hem de düzensiz çerçevelerin burkulma yüklerinin yaklaşık değerlerini belirlemek için basitleştirilmiş bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntem ile çerçevelerin yatay yük altında yer değiştirmelerini kullanarak kritik burkulma yükünü en fazla % 5 hata ile bulmuşlardır. Ayrıca çalışmada sunulan yöntem birkaç sayısal örneğe uygulanmış ve hataların kabul edilebilir bir aralıkta ve güvenli olduğu gösterilmiştir.

Tong ve Ji (2007), çalışmalarında düşey kolonlarla desteklenen çok katlı çerçevelerin burkulmasını araştırmışlardır. Çalışmada, çerçevelerin ve destek

kolonlarının kesit özelliklerinin yapı yüksekliği boyunca lineer olarak değiştiği kabul edilmiş ve destek elemanlarının yapının kritik burkulma yüküne etkisi incelenmiştir.

Gengshu ve diğ. (2008), çalışmalarında ikili sistemlerin (perde-çerçeve) İkinci mertebe analizini incelemişlerdir. Çalışmada yanal burkulma ve ikinci mertebe yer değiştirme hesabı için kapalı bir çözüm elde edilmiştir. Yapının toplam burkulma yükünün yapıyı oluşturan iki alt sistemin kritik burkulma yüklerinin toplamından oluştuğu gösterilmiştir. Ayrıca sunulan yöntemin İkinci mertebe analizlerde de kullanılabileceği gösterilmiştir. Çalışmanın sonunda sunulan yöntemin uygunluğu araştırılmıştır.

Girgin ve Özmen (2008), çalışmalarında ötelemesi önlenmiş çok katlı yapılarda kolon burkulma boylarını yaklaşık olarak belirlemek amacıyla hata oranı kabul edilebilir mertebede olan basit bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemde tüm sistemin burkulma yükü TS 500'deki formüller ve TS 648'deki monogramlardan elde edilen K burkulma boyu katsayıları kullanılarak basit bir ortalama yöntemi yaklaşımıyla hesaplanmıştır.

Çalışmada, TS 648'de yer alan ve ötelemesi önlenmiş, merkezi basınca çalışan çubuklar için kolonların her iki ucundaki dağıtma katsayılarını ifade eden formülle elde edilen katsayıların aynı yönetmelikteki monogram üzerinde işaretlenmesiyle elde edilen K burkulma katsayısının hatalı sonuçlar verdiğini geliştirdikleri yöntemle sayısal örnekler üzerinde göstermişlerdir. Yazarlar çalışmalarında altı adet ötelemesi önlenmiş örnek çerçeve sistemini incelemişlerdir. Bu örneklerde kesin burkulma yüklerini bulmak için geliştirmiş oldukları özel yazılım kullanarak hesaplamışlardır. Bu yazılımda sistem çubukları için İkinci mertebe rijitlik matrisleri hesaplanmış ve determinant kriteri kullanılıp ardışık yaklaşım uygulamışlardır. Analiz neticesinde K burkulma katsayılarının en düzenli örnek için bile en alttaki kat için yaklaşık % 20.8 oranında ve güvensiz yönde hatalı sonuç verdiğini görmüşlerdir. Bu hatalı sonucu azaltmak amacıyla bir düzeltme katsayısı tanımlamışlardır.

Tüm çerçeve sistemindeki kolonlar için ayrı ayrı hesaplanan kritik burkulma yüklerinin ortalaması alınarak sistemin burkulma yükü elde edilmiştir. Bulunan burkulma yüklerine göre hesaplanan düzeltilmiş burkulma boyları tüm örnekler için hesaplanarak kesin sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Ayrıca bu örnekler için TS 500'de

ve Eurocode 3'de verilen abaklar yardımıyla elde edilen K değerleri düzeltilerek elde edilen göreli hatalar sınır değerlerle karşılaştırmışlardır.

Kollar (2008), çalışmasında bina tipi yapılarda ikinci mertebe etkilerini incelemiştir. Bu amaçla yaklaşık bir yöntem önermiştir. Yazar narin yapıların analizinde ikinci mertebe etkilerinin önemini vurgulayarak bu etkilerin betonarme yapı tasarımını içeren Eurocode 2'de nasıl dikkate alındığını kısaca açıklamıştır. Eurocode 2'de ikinci mertebe etkileri dikkate almak için önerilen bağıntıların bazı durumlarda kabul edilemez güvenli tarafta kalmayan sonuçlar verebildiği vurgulanmıştır. Bu çalışmada Eurocode 2'de verilen düzeltilmiş bazı bağıntılar ise sürekli sistem hesap modeline dayalı olarak geliştirilmiş olan yeni bağıntılar önerilmiştir.

Coşkun ve diğ. (2009), çalışmalarında mekanik problemlerinin çözümünde kullanılan varyasyonel iterasyon yöntemini sabit ve değişken kesitli Euler kolonlarının kritik burkulma yüklerinin belirlenmesine uygulamışlardır. Varyasyonel iterasyon yönteminin farklı stabilite durumları için uygulanması verilerek farklı mesnet koşulları ve farklı kesite sahip kolonlar için incelemişlerdir.

Bozdogan ve Ozturk (2010), çalışmalarında perde çerçeve sistemlerin yatay stabilite analizi için yaklaşık bir yöntem önermişlerdir. Yöntemde perde çerçeve sistem eşdeğer bir sandviç kiriş olarak modellenmiş olup perdelerin kayma yer değiştirmeleri dikkate alınmıştır.

Çalışmada eşdeğer sandviç kirişin stabilite durumundaki diferansiyel denklemi çözülerek taşıma matrisi elde edilmiştir. Sunulan yöntemde eksenel yükler her kat hizasında dikkate alınmış olup yapı özellikleri yapı yüksekliği boyunca değişken alınabilmektedir. Çalışma sonucunda sunulan yöntemin uygunluğu dört adet sayısal örnek üzerinden araştırılmıştır. Sonuç olarak sunulan yöntemin Sonlu Elemanlar Yöntemi'ne yeter uygunlukta sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Orumu (2013), çalışmasında ötelemesi önlenmemiş elastik düzlem çerçevelerin kritik burkulma yüklerinin ve etkili burkulma boylarının belirlenmesi için yaklaşık bir yöntem önermiştir. Çalışmada eksenel ve kayma yer değiştirmeleri ihmal edilmiş olup sunulan yöntemin geliştirilmesinde Yapı Statiği'nden bilinen Açı Yöntemi esas alınmıştır. Çalışmanın sonunda yazar yöntemin yakınsaklığını iki sayısal örnek üzerinde araştırmıştır.

Zhang ve diğ. (2015), çalışmalarında çok katlı çelik çerçeve ve perde, betonarme çekirdek yada düşey kafes sistemlerden oluşan yapıların stabilitesini incelemişlerdir. Çalışmalarında bu tür sistemlerin kritik burkulma yüklerinin belirlenmesi için basit bir bağıntı önermişlerdir. Sunulan bağıntı değişken kesit durumunu ve eksenel yükün değişken olmasını içermektedir. Çalışmada çelik çerçevenin rijitliğinin az veya çok olmasının kritik burkulma yüküne etkisi de incelenmiştir. Burada sunulan yöntemin uygunluğu Sonlu Elemanlar Yöntemi ile karşılaştırılarak araştırılmış olup sonuçta iki yöntemin birbirine çok yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

DTM ile ilgili yapılan ikinci kısımdaki çalışmalar ise aşağıda verilmiştir.

Özkan ve Keskin (2005), çalışmalarında yüksek mertebeden sınır değer problemlerinin DTM yardımıyla çözümü için bir algoritma önermişler ve bu algoritmayı kulanarak lineer ve lineer olmayan denklemlerden oluşan farklı iki örneği çözmüşlerdir. Elde edilen sonuçları aynı problemlerin literatürdeki farklı yöntemlerle çözümünden elde edilen sonuçlarla karşılaştırarak yöntemin uygunluğunu göstermişlerdir.

Kaya ve Ozgumus (2007), çalışmalarında eksenel yük etkisi altında bulunan kapalı kesitli kompozit Timoshenko kirişinin eğilme-burulma etkileşimli titreşim analizini DTM yardımıyla yapmışlardır. Çalışmada, hareket denklemlerinin ve ilgili sınır koşullarının elde edilmesinde Hamilton prensibi kullanılmıştır.

Balkaya ve diğ. (2009), çalışmalarında elastik zemine oturan bir boru hattının serbest titreşim frekanslarını DTM yardımıyla elde etmişlerdir. Ayrıca çalışmalarında Winkler ve Pasternak zemin modelleri ile Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş modellerini kullanmışlardır.

Keskin ve Oturanç (2010), çalışmalarında düzenlenmiş DTM'yi gaz dinamiği denklemlerine uygulamışlardır.

Servi ve diğ. (2010), çalışmalarında diferansiyel denklem sistemleri için DTM'nin uygulanmasını çeşitli örnekler üzerinde göstermişlerdir.

Peker ve diğ. (2011), çalışmalarında klasik Blasius denklemini DTM uygulayarak çözmüşlerdir.

Rajasekaran (2013); çalışmasında kemerlerin statik, burkulma ve serbest titreşim analizleri için yeni DTM önermişlerdir.

Mirzabeigy ve Madoliat (2015), çalışmalarında elastik mesnetli kısmi bağlantılı paralel kirişlerin serbest titreşim analizini DTM ile yapmışlardır.

1.3 Yapılan Kabuller

Bu çalışmada önerilen yöntemin geliştirilmesinde;

- a) Malzeme ve geometrik özelliklerin yapı yüksekliği boyunca sabit olduğu,
- **b**) Yapının burulma etkilerinin ihmal edildiği,
- c) Malzemenin lineer elastik olduğu,
- d) Kirişlerde kayma ve eksenel yer değiştirmelerin ihmal edildiği,
- e) Eksenel yükün yapı yüksekliği boyunca uniform yayılı olduğu,
- f) Gerilmelerin ve dolayısıyla burkulmanın elastik bölgede kaldığı, kabul edilmiştir.

2. DİFERANSİYEL TRANSFORM METODU (DTM)

DTM ilk olarak 1976 yılında Pukhov tarafından bulunmuştur (Chai and Wang, 2006). Daha sonra bu yöntem Zhou tarafından geliştirilerek 1986 yılında elektrik devre analizlerinde lineer ve lineer olmayan başlangıç değer problemlerinin çözümünde kullanılmıştır (Zhou, 1986).

DTM, Taylor serisini esas alan bir yöntem olup Taylor serisinden farkı, Taylor serisinde her bir terimdeki türev ve sabit terim ifadeleri bu yöntemde polinom serileri şeklinde ifade edilmiştir. Böylelikle çok fazla sayıda hesaplama gerektiren yüksek mertebedeki Taylor serisi çözümleri yerine daha az sayıda hesaplamalar gerektiren DTM ile çözüm elde edilmiştir. DTM, tek boyutlu, iki boyutlu, üç boyutlu ve n boyutlu olabilmektedir. Bu çalışmada tek boyutlu DTM kulanılmıştır.

2.1 Yöntemin Açıklanması

 $x=x_0$ noktası R kümesinde herhangi bir nokta, w(x) fonksiyonu da R kümesinde burkulma şeklini ifade eden analitik bir fonksiyon olsun. Böylece w(x) fonksiyonu merkezi x_0 olan bir kuvvet serisi ile ifade edilebilir.

w(x) fonksiyonu için Diferansiyel dönüşüm fonksiyonu yazılacak olursa Denklem (**2.1**) elde edilir (Rajasekaran, 2009).

$$W[k] = \frac{1}{k!} \left[\frac{d^{k} w(x)}{dx^{k}} \right]_{x=0}; \qquad 0 \le x \le 1$$
(2.1)

w(x) fonksiyonunun ters dönüşümü alınacak olursa Denklem (2.2) elde edilir.

$$w(x) = \sum_{k=0}^{\infty} x^k W[k]$$
(2.2)

Denklem (2.2)'de W[k] yerine Denklem (2.1)'deki ifade yazılacak olursa Denklem (2.3) elde edilir.

$$w(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{k}}{k!} \left[\frac{d^{k} w(x)}{dx^{k}} \right]_{x=0}$$
(2.3)

Denklem (2.3)'deki ifade w(x) fonksiyonunun x=0'da Taylor serisine açılımını göstermektedir. DTM, diferansiyel denklemi cebirsel denkleme dönüştürür. Bu dönüşüm Laplace ve Fourier dönüşümü gibi integral dönüşüm metodlarına benzerdir. Sonuç olarak elde edilen cebirsel denklem sınır koşullarıyla birlikte çözülür. Bu dönüşüm Denklem (2.4) ile ifade edilir.

$$DT(x^{\alpha}y^{\beta}) = \left[\prod_{i=1}^{\beta} (k - \alpha + i)\right] Y[k - \alpha + \beta]$$
(2.4)

Burada; y^{β} ise Denklem (2.5)'de gösterilmiştir.

$$y^{\beta} = \frac{d^{\beta} y}{dx^{\beta}}$$
(2.5)

2.2 Yöntemin Örneklendirilmesi

DTM aşağıda verilen bir örnek üzerinde açıklanarak gösterilmiştir. Söz konusu örnekte; yükleme durumu ve en kesit boyutları Şekil 2.1'de gösterilen elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli bir kiriş ele alınmıştır. Kiriş açıklığı 10 m, kiriş genişliği 0.50 m, düşey yük 5 kN/m, elastisite modülü 3x10⁷ kN/m² ve zemin yatak katsayısı 18,000 kN/m³ olarak verilmiştir.



Şekil 2.1 : Elastik zemine oturan kirişe ait kesit.

Elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli bu kirişin düşey yük etkisi altındaki maksimum çökme miktarı hem analitik olarak hem de DTM ile hesaplanmıştır.
a. Maksimum çökme miktarının analitik hesabı:

Elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli eğilme kirişinin denklemi Denklem (2.6) ile gösterilmiştir.

$$EI\frac{d^{4}y}{dx^{4}} + k_{0}y = q'$$
(2.6)

Burada; EI kirişin eğilme rijitliğini, k_0 zemin modülünü, y kirişin çökmesini ve q' ise kirişe etkiyen düzgün yayılı yükü göstermektedir. Zemin modülü (k_0) Denklem (2.7) ile hesaplanır.

$$k_0 = K_0 b_w \tag{2.7}$$

Burada; K_0 zemin yatak katsayısını, b_w ise kirişin zemine oturan taban genişliğini göstermektedir. Bu durumda;

$$k_0 = 18,000 * 0.50 = 9,000 \text{ kN/m}^2$$

elde edilir. EI ise aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$EI = \frac{0.5*0.60^3}{12}*3*10^7 = 270,000.00 \text{ kNm}^2$$

Elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli eğilme kirişinin denklemini boyutsuz hale getirmek için $\varepsilon = \frac{x}{L}$ dönüşümü uygulanır ve denklemin her iki yanı $\frac{L^4}{EI}$ ile çarpılacak olursa Denklem (**2.8**) elde edilir.

$$\frac{d^4 y}{d\varepsilon^4} + \frac{k_0 L^4}{EI} y = \frac{q^2 L^4}{EI}$$
(2.8)

Denklem (**2.8**)'de elde edilen; 4. mertebeden lineer, homojen olmayan, sabit katsayılı adi diferansiyel denklemin genel çözümü yapılır. Bu adi diferansiyel denklemin genel çözümü homojen çözüm $y_{(h)}$ ile özel çözüm $y_{(\ddot{o})}$ 'nin toplamıdır. Bu durumda Denklem (**2.9**) elde edilir.

$$y_{(g)} = y_{(h)} + y_{(\ddot{o})}$$
(2.9)

Daha önce hesaplanan zemin modülü (k_0) ve eğilme rijitliği (EI) değerleri, dönüşümden sonraki eğilme denkleminde yerine yazılırsa homojen çözüm aşağıdaki şekilde bulunur.

$$y_{(h)} = e^{3.0214i\varepsilon} [C_1 e^{-3.0214\varepsilon} + C_3 e^{3.0214\varepsilon}] + e^{-3.0214i\varepsilon} [C_2 e^{-3.0214\varepsilon} + C_4 e^{3.0214\varepsilon}]$$

Yukarıdaki denklemde Euler dönüşümü uygulanacak olursa homojen çözüm aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$$y_{(h)} = e^{-3.0214\varepsilon} [A\cos(3.0214\varepsilon) + B\sin(3.0214\varepsilon)] + e^{3.0214\varepsilon} [C\cos(3.0214\varepsilon) + D\sin(3.0214\varepsilon)]$$

Özel çözüm ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$y_{(\bar{o})} = \frac{5}{9000} = 0.000556$$

Elde edilen homojen ve özel çözümler toplanarak genel çözüm aşağıdaki gibi bulunur.

$$y_{(g)} = e^{-3.0214\varepsilon} [A\cos(3.0214\varepsilon) + B\sin(3.0214\varepsilon)] + e^{3.0214\varepsilon} [C\cos(3.0214\varepsilon) + D\sin(3.0214\varepsilon)] + 0.000556$$

Elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli kirişe ait sınır koşulları yazılacak olursa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$x = 0 \ i \zeta in \ y = 0$$
$$x = 0 \ i \zeta in \ EI \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$$
$$x = 10m \ i \zeta in \ y = 0$$
$$x = 10m \ i \zeta in \ EI \frac{d^2 y}{dx^2} = 0$$

Boyutsuz hal için sınır koşulları yazılacak olursa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\varepsilon = 0$$
 için $y = 0$
 $\varepsilon = 0$ için $\frac{d^2 y}{d\varepsilon^2} = 0$
 $\varepsilon = 1$ için $y = 0$

$$\varepsilon = 1$$
 için $\frac{d^2 y}{d\varepsilon^2} = 0$

Boyutsuz hal için sınır şartları genel çözümde yerine yazılarak denklem takımları çözülecek olursa elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli kirişe ait çökme denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$y = e^{-3.0214\varepsilon} [0.0005842\cos(3.0214\varepsilon) - 0.0000036\sin(3.0214\varepsilon)] + e^{3.0214\varepsilon} \\ [0.0000282\cos(3.0214\varepsilon) - 0.0000036\sin(3.0214\varepsilon)] + 0.000556$$

Elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli kirişte maksimum çökme miktarı açıklık ortasında olduğundan $\varepsilon = 0.5$ için çökme miktarı hesaplanır. Bu durumda analitik çözümle elde edilen çökme miktarı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$y_{max} = 0.00054m$$

b. Maksimum çökme miktarının DTM ile hesabı:

Elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli kirişte, $\varepsilon = \frac{x}{L}$ dönüşümünden sonraki Denklem (2.8) denkleminde;

$$\frac{k_0 L^4}{EI} = a$$
$$\frac{q' L^4}{EI} = p$$

yazılacak olursa eğilme denklemi aşağıdaki şeklini alır.

$$\frac{d^4 y}{d\varepsilon^4} + ay(\varepsilon) = p$$

Tek değişkenli $y(\varepsilon)$ fonksiyonunun diferansiyel dönüşüm fonksiyonu Y[k] olmak üzere Y[k] dönüşüm fonksiyonunun tersi alınacak olursa Denklem (**2.2**)'ye benzer şekilde aşağıdaki ifade elde edilir.

$$y(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} Y[k] \varepsilon^{k}$$

Bu durumda dönüşümden sonraki eğilme denkleminin yukarıdaki seriden yararlanarak diferansiyel dönüşümü alınacak olursa aşağıdaki rekürans bağıntısı elde edilir.

$$24Y[4] + (k+1)(k+2)(k+3)(k+4)Y[k+4]\varepsilon^{k} + a(Y[0] + Y[k]\varepsilon^{k}) = p + 0 * \varepsilon^{k}$$

Yukarıdaki bağıntı düzenlenecek olursa;

$$24Y[4] + aY[0] + ((k+1)(k+2)(k+3)(k+4)Y[k+4] + aY[k])\varepsilon^{k} = p + 0 * \varepsilon^{k}$$

elde edilir. Bu bağıntıda denklemin her iki tarafındaki bilinmeyenlerin katsayıları birbirine eşitlenecek olunursa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$24Y[4] + aY[0] = p$$
$$Y[k+4] = -\frac{aY[k]}{(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)}$$

 $\varepsilon = 0$ *için* y = 0 ve $\varepsilon = 1$ *için* y = 0 sınır koşulları aşağıdaki seride yerine yazılacak olursa;

$$y(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} Y[k] \varepsilon^{k}$$

Sırasıyla;

$$Y[0] = 0$$
$$\sum_{k=1}^{n} Y[k] = 0$$

elde edilir.Yukarıdaki bilinenler aşağıdaki denklemde yerine yazılacak olursa;

$$24Y[4] + aY[0] = p$$

Bu durumda;

$$Y[4] = \frac{p}{24}$$

elde edilir.

$$\varepsilon = 0$$
 için $\frac{d^2 y}{d\varepsilon^2} = 0$ ve $\varepsilon = 1$ *için* $\frac{d^2 y}{d\varepsilon^2} = 0$ sınır koşulları, aşağıdaki serinin ikinci

türevi alındıktan sonra yerine yazılacak olursa;

$$y(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} Y[k] \varepsilon^k$$

sırasıyla;

$$Y[2] = 0$$
$$\sum_{k=2}^{n} k(k-1)Y[k] = 0$$

elde edilir.

Yukarıdaki serilerde n=5 için seri açılacak olursa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$Y[1] + Y[2] + Y[3] + Y[4] + Y[5] = 0$$
$$2Y[2] + 6Y[3] + 12Y[4] + 20Y[5] = 0$$

Elde edilen bu denklemlerde Y[5] bilinmiyeni aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$Y[k+4] = -\frac{aY[k]}{(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)}$$
$$Y[1+4] = -\frac{aY[1]}{(1+1)(1+2)(1+3)(1+4)}$$
$$Y[5] = -\frac{aY[1]}{2*3*4*5} = -\frac{aY[1]}{5!}$$

Hesaplanan Y[5] değeri yukarıdaki denklemlerde yerine yazılacak olursa;

$$Y[1]\left(1 - \frac{a}{5!}\right) + Y[3] + \frac{p}{24} = 0$$
$$-\frac{a}{3!}Y[1] + 6Y[3] + \frac{12p}{24} = 0$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemlerde, p sabiti hesaplanıp yerine yazıldıktan sonra denklem takımı çözülecek olursa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$Y[1] = 0.0010$$

 $Y[3] = -0.0059$

Elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli kirişte maksimum çökme miktarı açıklık ortasında olduğundan ε =0.5 için aşağıdaki seri hesaplanır.

$$y(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} Y[k] \varepsilon^k$$

Bu durumda;

$$y(0.5) = 0.00017 m$$

elde edilir. Görüldüğü üzere Diferasiyel Transform Metodu ile elde edilen yukarıdaki çökme miktarı analitik çözümle elde edilen çökme miktarından uzaktır. Bu nedenle DTM ile elde edilen denklemdeki n terim sayısı arttırılarak hesap yenilenir.

Yukarıdaki serilerde n=7 için seri açılacak olursa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$Y[1] + Y[2] + Y[3] + Y[4] + Y[5] + Y[6] + Y[7] = 0$$
$$2Y[2] + 6Y[3] + 12Y[4] + 20Y[5] + 30Y[6] + 42Y[7] = 0$$

Elde edilen bu denklemlerde Y[6] ve Y[7] bilinmiyenleri aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$Y[k+4] = -\frac{aY[k]}{(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)}$$

$$Y[2+4] = -\frac{aY[2]}{(2+1)(2+2)(2+3)(2+4)}$$

$$Y[6] = -\frac{aY[2]}{3*4*5*6} = -\frac{a*0}{3*4*5*6} = 0$$

$$Y[3+4] = -\frac{aY[3]}{(3+1)(3+2)(3+3)(3+4)}$$

$$Y[7] = -\frac{aY[3]}{4*5*6*7} = -\frac{6aY[3]}{7!}$$

Hesaplanan Y[6] ve Y[7] değerleri yukarıdaki denklemlerde yerine yazılacak olursa;

$$Y[1]\left(1 - \frac{a}{5!}\right) + Y[3]\left(1 - \frac{6a}{7!}\right) + \frac{p}{24} = 0$$
$$-\frac{a}{3!}Y[1] + Y[3]\left(6 - \frac{6a}{5!}\right) + \frac{12p}{24} = 0$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemlerde, p sabiti hesaplanıp yerine yazıldıktan sonra denklem takımı çözülecek olursa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$Y[1] = 0.0026$$

 $Y[3] = -0.0050$

Elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli kirişte maksimum çökme miktarı açıklık ortasında olduğundan ε =0.5 için aşağıdaki seri hesaplanır.

$$y(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} Y[k] \varepsilon^k$$

Bu durumda;

$$y(0.5) = 0.00096 m$$

elde edilir. Görüldüğü üzere Diferasiyel Transform Metodu ile elde edilen yukarıdaki çökme miktarı analitik çözümle elde edilen çökme miktarından uzaktır. Bu nedenle DTM ile elde edilen denklemdeki n terim sayısı arttırılarak hesap yenilenir.

Yukarıdaki serilerde n=12 için seri açılacak olursa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$Y[1] + Y[2] + Y[3] + Y[4] + Y[5] + Y[6] + Y[7] + Y[8] + Y[9] + Y[10] + Y[11] + Y[12] = 0$$

$$2Y[2] + 6Y[3] + 12Y[4] + 20Y[5] + 30Y[6] + 42Y[7] + 56Y[8] + 72Y[9] + 90Y[10] + 110Y[11] + 132Y[12] = 0$$

Elde edilen bu denklemlerde Y[12] bilinmiyeni aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$Y[k+4] = -\frac{aY[k]}{(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)}$$
$$Y[8+4] = -\frac{aY[8]}{(8+1)(8+2)(8+3)(8+4)}$$
$$Y[12] = -\frac{aY[8]}{9*10*11*12} = \frac{p*a^2}{12!}$$

Hesaplanan Y[12] değeri yukarıdaki denklemlerde yerine yazılacak olursa;

$$Y[1]\left(1 - \frac{a}{5!} + \frac{a^2}{9!}\right) + Y[3]\left(1 - \frac{6a}{7!} + \frac{6a^2}{11!}\right) + \frac{p}{24} - \frac{pa}{8!} + \frac{p^*a^2}{12!} = 0$$
$$Y[1]\left(-\frac{a}{3!} + \frac{a^2}{7!}\right) + Y[3]\left(6 - \frac{6a}{5!} + \frac{6a^2}{9!}\right) + \frac{12p}{24} - \frac{pa}{6!} + \frac{p^*a^2}{10!} = 0$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemlerde p sabiti hesaplanıp yerine yazıldıktan sonra denklem takımı çözülecek olursa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$Y[1] = 0.0019$$

 $Y[3] = -0.0056$

Elastik Winkler zeminine oturan basit mesnetli kirişte maksimum çökme miktarı açıklık ortasında olduğundan ε =0.5 için aşağıdaki seri hesaplanır.

$$y(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} Y[k] \varepsilon^k$$

Bu durumda;

$$y(0.5) = 0.00056 m$$

Diferansiyel dönüşüm denklemindeki n terim sayısı arttırılıp en son n=18 için maksimum çökme miktarı hesaplanacak olursa aşağıdaki çökme miktarı elde edilir.

$$y(0.5) = 0.00054 m$$

Buradan da görüldüğü üzere DTM ile elde edilen denklemde, çökme miktarının terim sayısı arttıkça analitik çözümle hesaplanan çökme miktarına yaklaştığı ve n=18 için DTM ile hesaplanan maksimum çökme miktarının analitik çözümle hesaplanan maksimum çökme miktarına eşit olduğu hesapla bulunmuştur.

3. ÇOK KATLI YAPILARIN TEMSİLİNDE EŞDEĞER KİRİŞ MODELLERİ

Çok katlı yapıların analizinde kullanılan yöntemlerden birisi Eşdeğer Kiriş Yöntemi'dir. Çok katlı yapı davranışına göre eşdeğer kayma kirişi, eğilme kirişi, eğilme+kayma kirişi ve sandviç kiriş olarak idealize edilebilir.

3.1 Kayma Kirişi (KK)

Kayma yer değiştirmelerinin eğilme yer değiştirmelerine göre baskın olduğu yapılar kayma kirişi olarak idealize edilir. Buna örnek olarak yığma binalar ve kayma çerçeveleri gösterilebilir. Şekil 3.1'de bir yığma yapı örneği gösterilmiştir. Şekil 3.2'de ise çok katlı çerçeve sistemi ve bu sisteme ait idealleştirilmiş eşdeğer kayma kirişinin yer değiştirmesi gösterilmiştir. Burada görüldüğü üzere maksimum göreli kat ötelemesi tabanda oluşmaktadır (Atımtay, 2001).



Şekil 3.1 : Kırklareli Eski Tren Garı Binası (Url-1).



Şekil 3.2 : a) Çok katlı çerçeve, b) Eşdeğer kayma kirişi, c) Kayma kirişi yer değiştirmesi.

3.2 Eğilme Kirişi (EK)

Kayma yer değiştirmeleri, eğilmeden kaynaklanan yer değiştirmelerin yanında ihmal edilebilen yapılar eğilme kirişi olarak idealize edilir. Buna örnek olarak Şekil (3.3)'de gösterilen tünel kalıp sistemi ile inşa edilmiş yüksek perdeli yapılar ve Şekil (3.4)'de gösterilen betonarme soğutma bacası örnek gösterilebilir.



Şekil 3.3 : Tünel kalıp sistemi ile inşa edilen konut inşaatı (Url-2).



Şekil 3.4 : Kırklareli'nde Hamitabat Doğalgaz Çevrim Santralinde 135 m yüksekliğindeki Soğutma Bacası.

3.3 Eğilme+Kayma Kirişi (EKK)

Hem eğilme davranışı hem de kayma davranışı bir arada olan, kolon ve perdelerde eksenel yer değiştirmeleri ihmal edilebilen yapılar Eğilme+kayma kirişi olarak idealize edilebilir. Literatürde bu kiriş özel olarak Csonka kirişi olarak da adlandırılmaktadır (Potzta, 2002). Narin olmayan perde-çerçeve sistemler bu tür modellemeye örnektir. Bu modelde bir eğilme kirişi iki ucu mafsallı çubuklarla bir kayma kirişine bağlıdır. Şekil 3.5'de eğilme+kayma kirişi olarak modellenmiş ve taşıyıcı sistemi perde-çerçeve sisteminden oluşan yapı örneği gösterilmiştir.



Şekil 3.5 : Çok katlı perde-çerçeve sistemin eşdeğer eğilme+kayma kiriş olarak modellenmesi.

3.4 Sandviç Kiriş (SK)

Hem eğilme hem de kayma davranışı bir arada olan düşey taşıyıcı elemanlardaki eksenel yer değiştirmelerin önemli olduğu yapılar eğilme+kayma kirişi olarak idealize edilemez. Bu durum sandviç kiriş modeli ile idealize edilebilir (Potzta, 2002). Bu modelde iki tane Timoshenko kirişi, kat seviyelerinde iki ucu mafsallı çubuklarla birbirine bağlanmıştır. Şekil 3.6'da eşdeğer sandviç kiriş olarak modellenmiş ve taşıyıcı sistemi perde-çerçeve sisteminden oluşan narin yapı örneği gösterilmiştir.



Şekil 3.6 : Çok katlı perde-çerçeve sistemin eşdeğer sandviç kiriş olarak modellenmesi.

4. DTM YÖNTEMİNİN UYGULANMASI

4.1 Rijit Temele Oturan Çok Katlı Yapıların Stabilite Denklemlerinin Çıkarılması

Taşıyıcı sistemi çerçevelerden, perdelerden ve boşluklu perdelerden oluşan çok katlı yapıların davranışı Sürekli Sistem Hesap Modeli Yöntemi'ne göre eşdeğer bir sandviç kiriş davranışı olarak idealize edilebilir (Potzta ve Kollar, 2003; Bozdogan ve Öztürk, 2010; Zalka, 2013). Şekil 4.1'de eşdeğer sandviç kiriş olarak modellenmiş çok katlı yapı örneği modeli gösterilmektedir.



Şekil 4.1 : Rijit temele oturan çok katlı perde-çerçeve sistemin eşdeğer sandviç kiriş olarak modellenmesi.

Şekil 4.1'de gösterilen eşdeğer sandviç kirişe etkiyen dış yükler Şekil 4.2'de gösterilmiştir.



Şekil 4.2 : Eşdeğer sandviç kirişe etkiyen dış yüklerin gösterilmesi.

Şekil 4.2'deki eşdeğer sandviç kirişte a kirişinde toplam potansiyel enerji Denklem (**4.1**)'deki gibi yazılabilir (Omurtag, 2013).

$$\pi_{a1} = \frac{1}{2} \int_{0}^{H} EI(y_{ae}^{''})^2 dz + \frac{1}{2} \int_{0}^{H} GA(y_{ak}^{'})^2 dz - \frac{1}{2} \int_{0}^{H} q_1 z(y^{'})^2 dz - \int_{0}^{H} P_{ay} y dz$$
(4.1)

Burada; y, toplam yer değiştirme fonksiyonunu y_{ae} , a kirişinde eğilmeden oluşan yer değiştirmeyi y_{ak} , a kirişinde kaymadan oluşan yer değiştirmeyi q_1z , a kirişinde yapı yüksekliği boyunca etkiyen eksenel yükü P_{ay} , a kirişine yatayda etkiyen dış yükü z, yapı yüksekliği boyunca tanımlı ekseni H, yapı yüksekliğini göstermektedir.

GA, kolon ve perde elemanların kayma rijitliğini göstermekte olup Denklem (**4.2**) ile hesaplanabilir.

$$GA = \frac{E}{k' * 2 * (1 + \mu)} * A$$
(4.2)

Burada; k', şekil faktörünü μ , poisson oranını E, elastisite modülünü A, kolon veya perde kesit alanını göstermektedir. k' şekil faktörü ise daire kesitler için 1.185 ve dikdörtgen kesitler için 1.2 alınır (Ekiz, 2008).

EI, Kolon ve perdelerin eğilme rijitliği toplamını göstermekte olup Denklem (**4.3**)'te verilen bağıntı ile hesaplanabilir.

$$EI = \sum_{i=1}^{n'} (EI_i)$$
(4.3)

Burada; n, perde ve kolon sayısı toplamını E, elastisite modülünü I_i, i. kolon ve perde elemanların atalet momentlerini göstermektedir.

a kirişinde toplam potansiyel enerjideki değişim yazılacak olursa Denklem (**4.4**) elde edilir.

$$\pi_{a2} = \frac{1}{2} \int_{0}^{H} EI \left(y_{ae}^{''} + \delta y_{ae}^{''} \right)^{2} dz + \frac{1}{2} \int_{0}^{H} GA \left(y_{ak}^{'} + \delta y_{ak}^{'} \right)^{2} dz - \frac{1}{2} \int_{0}^{H} q_{1} z \left(y_{ak}^{'} + \delta y_{ak}^{'} \right)^{2} dz - \int_{0}^{H} P_{ay} (y + \delta y) dz$$
(4.4)

Burada; δy_{ae} a kirişinde eğilmeden oluşan yer değiştirmedeki değişimi, δy_{ak} a kirişinde kaymadan oluşan yer değiştirmedeki değişimi, δy ise toplam yer değiştirmedeki değişimi göstermektedir.

a kirişinde potansiyel enerji arasındaki fark yazılarak küçük terimler ihmal edilecek olursa Denklem (**4.5**) elde edilir.

$$\pi_{a2} - \pi_{a1} = \int_{0}^{H} EI \Big[y_{ae}^{''} \delta y_{ae}^{''} \Big] dz + \int_{0}^{H} GA \Big[y_{ak}^{'} \delta y_{ak}^{'} \Big] dz - \int_{0}^{H} q_{1} z \Big[y^{'} \delta y^{'} \Big] dz - \int_{0}^{H} P_{ay} \delta y dz = 0$$
(4.5)

Denklem (4.5)'de kısmi integraller alınıp gerekli düzenlemeler yapılacak olursa Denklem (4.6) elde edilir.

$$\pi_{a2} - \pi_{a1} = \int_{0}^{H} EIy_{ae}^{N} \delta y_{ae} dz - \int_{0}^{H} GAy_{ak}^{''} \delta y_{ak} dz + \int_{0}^{H} (q_{1}zy') \delta y dz - \int_{0}^{H} P_{ay} \delta y dz = 0$$
(4.6)

a kirişinde toplam yerdeğiştirmedeki değişim, aynı kirişte eğilme yer değiştirmesindeki değişim ile kayma yer değiştirmesindeki değişimin toplamına eşittir. Bu durumda Denklem (**4.7**) elde edilir.

$$\delta y = \delta y_{ae} + \delta y_{ak} \tag{4.7}$$

Denklem (4.6)'da δy yerine Denklem (4.7)'deki ifade yazılacak olursa Denklem (4.8) elde edilir.

$$\pi_{a2} - \pi_{a1} = \int_{0}^{H} \left[EIy_{ae}^{N} + (q_{1}zy') - P_{ay} \right] \delta y_{ae} dz + \int_{0}^{H} \left[-GAy_{ak}^{''} + (q_{1}zy') - P_{ay} \right] \delta y_{ak} dz = 0$$
(4.8)

Denklem (**4.8**)'deki bağıntının sıfıra eşit olabilmesi için δy_{ae} ve δy_{ak} 'nın katsayıları sıfıra eşit olmalıdır. Bu durumda a kirişi için Denklem (**4.9**) ve Denklem (**4.10**)'daki ifadeler elde edilir.

$$GAy_{ak}^{''} - \left(q_1 z y'\right)^{'} = -P_{ay}$$
(4.9)

$$-EIy_{ae}^{IV} - \left(q_{I}zy'\right) = -P_{ay}$$
(4.10)

b kirişinde de a çubuğuna benzer şekilde toplam potansiyel enerji yazılacak olursa Denklem (**4.11**) elde edilir.

$$\pi_{b1} = \frac{1}{2} \int_{0}^{H} D(y_{be}^{''})^2 dz + \frac{1}{2} \int_{0}^{H} K(y_{bk}^{'})^2 dz - \frac{1}{2} \int_{0}^{H} q_2 z(y^{'})^2 dz - \int_{0}^{H} P_{by} y dz$$
(4.11)

Burada; y, toplam yer değiştirme fonksiyonunu y_{be} , b kirişinde eğilmeden oluşan yer değiştirmeyi y_{bk} , b kirişinde kaymadan oluşan yer değiştirmeyi q_2z , b kirişinde yapı yüksekliği boyunca etkiyen eksenel yükü P_{by} , b kirişine yatayda etkiyen yükü z, yapı yüksekliği boyunca tanımlı ekseni, H yapı yüksekliğini göstermektedir.

D, eksenel yer değiştirmeden oluşan global eğilme rijitliğini göstermekte olup Denklem (**4.12**) ile hesaplanabilir.

$$D = E \sum_{i=1}^{m} \left(A_i t_i^2 \right)$$
(4.12)

Burada; A_i, elemanların kesit alanını t_i, i. kolon yada perdenin sistemin ağırlık merkezine olan mesafesini m['], eleman sayısını göstemektedir. Eşdeğer kayma

rijitliğini gösteren K, taşıyıcı sistemi Şekil 4.3'de gösterildiği üzere çerçeve sistemlerden oluşan yapılarda kolon ve kirişlerde moment sıfır noktalarının kat ortasında oluştuğu kabulüyle Denklem (**4.13**) ile hesaplanabilir (Zalka, 2013).



Şekil 4.3 : Çerçeve örneği.

$$K = \left(\frac{1}{K_b} + \frac{1}{K_c}\right)^{-1}$$
(4.13)

Burada; K_b, kirişlere ait eşdeğer kayma rijitliğini K_c, kolonlara ait eşdeğer kayma rijitliğini göstermektedir.

Kirişlere ait eşdeğer kayma rijitliği Denklem (**4.14**) ve kolonlara ait eşdeğer kayma rijitliği ise Denklem (**4.15**) ile hesaplanabilir.

$$K_{b} = \sum_{i=1}^{n'-l} \left(\frac{12EI_{bi}}{l_{i}h} \right)$$
(4.14)

Burada; I_{bi} kirişlerin atalet momentlerini, l_i kiriş uzunluklarını ve h kat yüksekliğini göstermektedir.

$$K_{c} = \sum_{i=l}^{n'} \left(\frac{\pi^{2} EI_{ci}}{h^{2}} \right)$$
(4.15)

Burada; I_{ci} kolonların atalet momentlerini göstermektedir.

Eşdeğer kayma rijitliğini gösteren K, boşluklu perde sistemlerden oluşan yapılarda Denklem (**4.16**) ile hesaplanabilir (Zalka, 2013).

$$K^{c} = \left(\frac{1}{K_{b}^{c}} + \frac{1}{K_{c}^{c}}\right)^{-1}$$
(4.16)

Burada; K_b^c boşluklu perdede bağ kirişlerine ait eşdeğer kayma rijitliğini, K_c^c ise perde duvarına ait eşdeğer kayma rijitliğini göstermektedir. Bağ kirişlerine ait eşdeğer kayma rijitliği Denklem (4.17) ve perde duvarına ait eşdeğer kayma rijitliği ise Denklem (4.18) ile hesaplanabilir.

$$K_{b}^{c} = \sum_{i=l}^{m'-l} \left[\frac{6EI_{bi} \left[(d_{i} + s_{i})^{2} + (d_{i} + s_{i:+l})^{2} \right]}{d_{i}^{3} h \left(1 + \frac{12k' EI_{bi}}{GA_{bi} d_{i}^{2}} \right)} \right]$$
(4.17)

$$K_{c}^{c} = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\pi^{2} E I_{wi}}{h^{2}} \right)$$
(4.18)

Burada; Şekil 4.4'de de gösterildiği üzere d_i, boşluklu perdenin i. boşluk açıklığını s_i, boşluklar arasındaki perde duvar kalınlığını EI_{bi}, bağ kirişlerine ait eğilme rijitliğini GA_{bi}, bağ kirişlerine ait kayma rijitliğini EI_{wi}, boşluklu perdede dolu kısımların eğilme rijitliğini göstermektedir.



Şekil 4.4 : Boşluklu perde örneği.

Eşdeğer kayma rijitliğini gösteren K, Şekil 4.5'de gösterilen çelik çapraz çubuklarda (a) durumu için Denklem (**4.19**), Şekil 4.5'de gösterilen çelik çapraz çubuklarda (b) durumu için Denklem (**4.20**), Şekil 4.5'de gösterilen çelik çapraz çubuklarda (c) durumu için Denklem (**4.21**), Şekil 4.5'de gösterilen çelik çapraz çubuklarda (d) durumu için Denklem (**4.22**) ile hesaplanır (Hoenderkamp, 2002).



Şekil 4.5 : Bağlantı Tipleri; (a) X-bağlantısı, (b) K-bağlantısı, (c) N-bağlantısı ve (d) Göğüsleme bağlantısı (Hoenderkamp,2002, p.231).

$$K_{si;X} = \frac{2a^2h}{d^3} EA_d$$
(4.19)

$$K_{si;K} = a^2 h E \left(\frac{2d^3}{A_d} + \frac{a^3}{4A_b}\right)^{-1}$$
(4.20)

$$K_{si;N} = a^{2} h E \left(\frac{d^{3}}{A_{d}} + \frac{a^{3}}{A_{b}}\right)^{-1}$$
(4.21)

$$K_{si;knee} = 2m^2 h E \left(\frac{d^3}{A_d} + \frac{m^3}{A_b} + \frac{m^2 e^2 h^2}{6aI_b}\right)^{-l}$$
(4.22)

b kirişinde toplam potansiyel enerjideki değişim yazılacak olursa Denklem (4.23) elde edilir.

$$\pi_{b2} = \frac{1}{2} \int_{0}^{H} D\left(y_{be}^{''} + \delta y_{be}^{''}\right)^{2} dz + \frac{1}{2} \int_{0}^{H} K\left(y_{bk}^{'} + \delta y_{bk}^{'}\right)^{2} dz - \frac{1}{2} \int_{0}^{H} q_{2} z \left(y^{'} + \delta y^{'}\right)^{2} dz - \int_{0}^{H} P_{by}(y + \delta y) dz$$

$$(4.23)$$

Burada; δy_{be} , b kirişinde eğilmeden oluşan yer değiştirmedeki değişimi δy_{bk} , b kirişinde kaymadan oluşan yer değiştirmedeki değişimi δy , toplam yer değiştirmedeki değişimi göstermektedir.

b kirişinde potansiyel enerji arasındaki fark yazılarak küçük terimler ihmal edilecek olursa Denklem (**4.24**) elde edilir.

$$\pi_{b2} - \pi_{b1} = \int_{0}^{H} D\left[y_{be}^{''} \delta y_{be}^{''}\right] dz + \int_{0}^{H} K\left[y_{bk}^{'} \delta y_{bk}^{'}\right] dz - \int_{0}^{H} q_{2} z\left[y_{}^{'} \delta y_{}^{'}\right] dz - \int_{0}^{H} P_{by} \delta y dz = 0$$
(4.24)

Denklem (**4.24**)'de kısmi integraller alınıp gerekli düzenlemeler yapılacak olursa Denklem (**4.25**) elde edilir.

$$\pi_{b2} - \pi_{b1} = \int_{0}^{H} Dy_{be}^{N} \delta y_{be} dz - \int_{0}^{H} Ky_{bk}^{"} \delta y_{bk} dz + \int_{0}^{H} (q_{2}zy')^{"} \delta y dz - \int_{0}^{H} P_{by} \delta y dz = 0$$
(4.25)

b kirişinde toplam yer değiştirmedeki değişim, aynı kirişte eğilme yer değiştirmesindeki değişim ile kayma yer değiştirmesindeki değişimin toplamına eşittir. Bu durumda Denklem (**4.26**) elde edilir.

$$\delta y = \delta y_{be} + \delta y_{bk} \tag{4.26}$$

Denklem (4.25)'de δy yerine Denklem (4.26)'daki ifade yazılacak olursa Denklem (4.27) elde edilir.

$$\pi_{b2} - \pi_{b1} = \int_{0}^{H} \left[Dy_{be}^{W} + (q_{2}zy') - P_{by} \right] \delta y_{be} dz + \int_{0}^{H} \left[-Ky_{bk}^{''} + (q_{2}zy') - P_{by} \right] \delta y_{bk} dz = 0$$
(4.27)

Denklem (**4.27**)'deki bağıntının sıfıra eşit olabilmesi için δy_{be} ve δy_{bk} 'nın katsayıları sıfıra eşit olmalıdır. Bu durumda b çubuğu için Denklem (**4.28**) ve Denklem (**4.29**)'daki ifadeler elde edilir.

$$Ky_{bk}'' - (q_2 z y')' = -P_{by}$$
(4.28)

$$-Dy_{be}^{N} - (q_2 z y') = -P_{by}$$
(4.29)

Eşdeğer sandiviç kirişe yatayda etkiyen toplam kuvvet, a kirişine yatayda etkiyen kuvvet ile b kirişine yatayda etkiyen kuvvetlerin toplamına eşittir. Aynı zamanda sandiviç kirişe etkiyen toplam eksenel yayılı yük, a kirişine etkiyen eksenel yayılı yük ile b kirişine etkiyen eksenel yayılı yüklerin toplamına eşittir. Bu durumda Denklem (4.30) ve Denklem (4.31)'deki bağıntılar elde edilir.

$$P_{y} = P_{ay} + P_{by} \tag{4.30}$$

$$q = q_1 + q_2 \tag{4.31}$$

a kirişinde meydana gelen toplam yer değiştirme, aynı kirişte meydana gelen eğilme yer değiştirmesi ile kayma yer değiştirmelerinin toplamına eşittir. Aynı zamanda b kirişinde de meydana gelen toplam yer değiştirme, aynı kirişte meydana gelen eğilme yer değiştirmesi ile kayma yer değiştirmelerinin toplamına eşittir. Bu durumda Denklem (**4.32**) ve Denklem (**4.33**)'deki bağıntılar elde edilir.

$$y = y_{ae} + y_{ak} \tag{4.32}$$

$$y = y_{be} + y_{bk} \tag{4.33}$$

Denklem (4.32)'de y_{ak} çekilip Denklem (4.9)'da yerine yazılacak olursa Denklem (4.34) elde edilir.

$$GA(y'' - y_{ae}') - (q_1 z y')' = -P_{ay}$$
(4.34)

Denklem (**4.10**)'da $(q_1 z y')$ 'ifadesi çekilip Denklem (**4.34**)'de yerine yazılacak olursa Denklem (**4.35**) elde edilir.

$$GA(y'' - y_{ae}'') = -EIy_{ae}^{N}$$
(4.35)

Denklem (4.35)'in integrali alınacak olursa Denklem (4.36) elde edilir.

$$GA(y' - y'_{ae}) = -EIy^{m}_{ae}$$
 (4.36)

Denklem (4.33)'de y_{bk} çekilip Denklem (4.28)'de yerine yazılacak olursa Denklem (4.37) elde edilir.

$$K(y'' - y_{be}') - (q_2 z y')' = -P_{by}$$
(4.37)

Denklem (4.29)'da $(q_2 z y')$ ifadesi çekilip Denklem (4.37)'de yerine yazılacak olursa Denklem (4.38) elde edilir.

$$K(y'' - y_{be}') = -Dy_{be}^{N}$$
(4.38)

Denklem (4.38)'in integrali alınacak olursa Denklem (4.39) elde edilir.

$$K(y' - y'_{be}) = -Dy''_{be}$$
 (4.39)

Denklem (4.9)'daki ifade ile Denklem (4.28)'deki ifadeler toplanacak olursa Denklem (4.40) elde edilir.

$$GAy_{ak}'' + Ky_{bk}'' - (q_1 + q_2)(zy')' = -(P_{by} + P_{ay})$$
(4.40)

Sırasıyla Denklem (4.32) ve Denklem (4.33)'deki y_{ak} ve y_{bk} çekilip Denklem (4.40)'da yerine yazılacak olursa Denklem (4.41) elde edilir.

$$GA(y'' - y_{ae}'') + K(y'' - y_{be}'') - (q_1 + q_2)(zy')' = -(P_{by} + P_{ay}) = -P_y$$
(4.41)

Stabilite durumunda $P_y=0$ dır. Bu durumda Denklem (4.30) ve Denklem (4.31)'deki ifadeler Denklem (4.41)'de yerine yazılacak olursa Denklem (4.42) elde edilir.

$$GA(y'' - y_{ae}'') + K(y'' - y_{be}'') - q(zy')' = 0$$
(4.42)

4.2 DTM'nin Rijit Temele Oturan Çok Katlı Yapıların Stabilite Denklemlerine Uygulanması

Yukarıda elde edilen rijit temele oturan çok katlı yapıların stabilite denklemleri toplu halde Denklem (4.43), Denklem (4.44) ve Denklem (4.45) ile gösterilmiştir.

$$GA(y' - y'_{ae}) = -EIy''_{ae}$$
(4.43)

$$K(y' - y'_{be}) = -Dy''_{be}$$
(4.44)

$$GA(y'' - y_{ae}'') + K(y'' - y_{be}'') - q(zy')' = 0$$
(4.45)

Yukarıda verilen diferansiyel denklem sistemine ait sınır koşulları yazılacak olursa Denklem (4.46), Denklem (4.47), Denklem (4.48), Denklem (4.49), Denklem (4.50) ve Denklem (4.51) elde edilir.

$$z = 0 \ i cin \ EI \ \frac{d^2 y_{ae}}{dz^2} = 0 \tag{4.46}$$

$$z = 0 \ i cin \ D \frac{d^2 y_{be}}{dz^2} = 0 \tag{4.47}$$

$$z = 0 \ i \ cin \ GA\left(\frac{dy}{dz} - \frac{dy_{ae}}{dz}\right) + K\left(\frac{dy}{dz} - \frac{dy_{be}}{dz}\right) - qz\frac{dy}{dz} = 0$$
(4.48)

$$z = H \ i c in \ y = 0 \tag{4.49}$$

$$z = H \ i cin \ \frac{dy_{ae}}{dz} = 0 \tag{4.50}$$

$$z = H \ i \varsigma in \ \frac{dy_{be}}{dz} = 0 \tag{4.51}$$

Denklem (4.45)'in integrali alınacak olursa Denklem (4.52) elde edilir.

$$GA\left(\frac{dy}{dz} - \frac{dy_{ae}}{dz}\right) + K\left(\frac{dy}{dz} - \frac{dy_{be}}{dz}\right) - qz\frac{dy}{dz} = c$$
(4.52)

Sınır koşullarından Denklem (**4.48**)'deki sınır koşulu Denklem (**4.52**)'de yerine yazılırsa Denklem (**4.53**) elde edilir.

$$GA\left(\frac{dy}{dz} - \frac{dy_{ae}}{dz}\right) + K\left(\frac{dy}{dz} - \frac{dy_{be}}{dz}\right) - qz\frac{dy}{dz} = 0$$
(4.53)

Denklem (4.53), Denklem (4.43) ve Denklem (4.44)'deki bağıntıları boyutuz hale getirmek için $\varepsilon = \frac{Z}{H}$ dönüşümü uygulanacak olursa Denklem (4.54), Denklem (4.55) ve Denklem (4.56) elde edilir.

$$\frac{GA}{H}\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{ae}}{d\varepsilon}\right) + \frac{K}{H}\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{be}}{d\varepsilon}\right) - \frac{q\varepsilon H}{H}\frac{dy}{d\varepsilon} = 0$$
(4.54)

$$\frac{GA}{H}\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{ae}}{d\varepsilon}\right) = -\frac{EI}{H^3}\frac{d^3y_{ae}}{d\varepsilon^3}$$
(4.55)

$$\frac{K}{H}\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{be}}{d\varepsilon}\right) = -\frac{D}{H^3}\frac{d^3y_{be}}{d\varepsilon^3}$$
(4.56)

Denklem (4.54)'ün her iki yanı H^{3}/EI ile çarpılacak olursa Denklem (4.57) elde edilir.

$$\frac{GAH^{2}}{EI}\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{ae}}{d\varepsilon}\right) + \frac{KH^{2}}{EI}\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{be}}{d\varepsilon}\right) - \frac{q\varepsilon H^{3}}{EI}\frac{dy}{d\varepsilon} = 0$$
(4.57)

Denklem (4.55)'in her iki yanı $H^3/_{EI}$ ile çarpılacak olursa Denklem (4.58) elde edilir.

$$\frac{GAH^2}{EI} \left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{ae}}{d\varepsilon} \right) = -\frac{d^3 y_{ae}}{d\varepsilon^3}$$
(4.58)

Denklem (4.56)'nın her iki yanı H^3/D ile çarpılacak olursa Denklem (4.59) elde edilir.

$$\frac{KH^2}{D} \left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{be}}{d\varepsilon} \right) = -\frac{d^3 y_{be}}{d\varepsilon^3}$$
(4.59)

Denklem (4.57), Denklem (4.58) ve Denklem (4.59)'daki diferansiyel denklemlerin gösteriminin sade hale getirilmesi için Denklem (4.60)'daki boyutsuz parametreler tanımlanabilir.

$$\frac{KH^2}{EI} = m, \quad \frac{KH^2}{D} = r, \quad \frac{GAH^2}{EI} = t, \quad \frac{qH^3}{EI} = \alpha$$
(4.60)

Denklem (4.60)'daki eşitlikler Denklem (4.57), Denklem (4.58) ve Denklem (4.59)'da yerine yazılacak olursa Denklem (4.61), Denklem (4.62) ve Denklem (4.63) elde edilir.

$$t\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{ae}}{d\varepsilon}\right) + m\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{be}}{d\varepsilon}\right) - \alpha\varepsilon\frac{dy}{d\varepsilon} = 0$$
(4.61)

$$t\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{ae}}{d\varepsilon}\right) = -\frac{d^3 y_{ae}}{d\varepsilon^3}$$
(4.62)

$$r\left(\frac{dy}{d\varepsilon} - \frac{dy_{be}}{d\varepsilon}\right) = -\frac{d^3 y_{be}}{d\varepsilon^3}$$
(4.63)

Boyutsuz hal için sınır koşulları yazılacak olursa Denklem (4.64), Denklem (4.65), Denklem (4.66), Denklem (4.67) ve Denklem (4.68) elde edilir.

$$\varepsilon = 0 \ i \zeta i n \ \frac{d^2 y_{ae}}{d\varepsilon^2} = 0 \tag{4.64}$$

$$\varepsilon = 0 \ i \varepsilon in \ \frac{d^2 y_{be}}{d\varepsilon^2} = 0$$
 (4.65)

$$\varepsilon = 1 \ i \zeta i n \ y = 0 \tag{4.66}$$

$$\varepsilon = 1 \ i c in \ \frac{dy_{ae}}{d\varepsilon} = 0$$
 (4.67)

$$\varepsilon = 1 \ i c in \ \frac{dy_{be}}{d\varepsilon} = 0$$
 (4.68)

Tek değişkenli $y(\varepsilon)$, $y_{ae}(\varepsilon)$ ve $y_{be}(\varepsilon)$ fonksiyonlarının diferansiyel dönüşüm fonksiyonları sırasıyla Y[k], $Y_{ae}[k]$ ve $Y_{be}[k]$ olmak üzere bu fonksiyonların tersi alınacak olursa Denklem (**2.2**)'ye benzer şekilde Denklem (**4.69**), Denklem (**4.70**) ve Denklem (**4.71**)'de verilmiştir.

$$y(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} Y[k] \varepsilon^{k}$$
(4.69)

$$y_{ae}(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} Y_{ae}[k]\varepsilon^{k}$$
(4.70)

$$y_{be}(\varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} Y_{be}[k]\varepsilon^k$$
(4.71)

Denklem (4.61)'in, Denklem (4.69), Denklem (4.70) ve Denklem (4.71)'den yararlanarak diferansiyel dönüşümü alınırsa Denklem (4.72) elde edilir.

$$(t+m)\frac{dy}{d\varepsilon} - t\frac{dy_{ae}}{d\varepsilon} - m\frac{dy_{be}}{d\varepsilon} - \alpha\varepsilon\frac{dy}{d\varepsilon} = 0$$

$$(t+m)(k+1)Y[k+1] - t(k+1)Y_{ae}[k+1] - m(k+1)Y_{be}[k+1] - \alpha kY[k] = 0$$

$$Y[k+1] = \frac{tY_{ae}[k+1] + mY_{be}[k+1]}{(t+m)} + \frac{\alpha kY[k]}{(k+1)(t+m)}$$
(4.72)

Denklem (4.62)'nin, Denklem (4.69) ve Denklem (4.70)'den yararlanarak diferansiyel dönüşümü alınırsa Denklem (4.73) elde edilir.

$$t(k+1)Y[k+1] - t(k+1)Y_{ae}[k+1] = -(k+1)(k+2)(k+3)Y_{ae}[k+3]$$

$$Y_{ae}[k+3] = -\frac{t(Y[k+1] - Y_{ae}[k+1])}{(k+2)(k+3)}$$
(4.73)

Denklem (4.63)'ün, Denklem (4.69) ve Denklem (4.71)'den yararlanarak diferansiyel dönüşümü alınırsa Denklem (4.74) elde edilir.

$$r(k+1)Y[k+1] - r(k+1)Y_{be}[k+1] = -(k+1)(k+2)(k+3)Y_{be}[k+3]$$

$$Y_{be}[k+3] = -\frac{r(Y[k+1] - Y_{be}[k+1])}{(k+2)(k+3)}$$
(4.74)

Diferansiyel dönüşümden sonraki sınır koşulları ise Denklem (4.75), Denklem (4.76), Denklem (4.77), Denklem (4.78) ve Denklem (4.79)'daki gibi elde edilir.

$$Y_{ae}[2] = 0 (4.75)$$

$$Y_{be}[2] = 0 (4.76)$$

$$\sum_{i=0}^{n} Y[i] = 0$$
(4.77)

$$\sum_{i=l}^{n} (iY_{ae}[i]) = 0$$
(4.78)

$$\sum_{i=1}^{n} (iY_{be}[i]) = 0$$
(4.79)

DTM'ye uygun yazılan sınır koşullarından Y[0], $Y_{ae}[1]$ ve $Y_{be}[1]$ bilinmeyenleri seçilir. Diğer bilinmeyen katsayılar Denklem (4.72), Denklem (4.73) ve Denklem (4.74)'den yararlanarak hesaplanır. Bunun sonucunda da Denklem (4.80)'deki matris eşitliği elde edilir.

$$\begin{bmatrix} z(1,1) & z(1,2) & z(1,3) \\ z(2,1) & z(2,2) & z(2,3) \\ z(3,1) & z(3,2) & z(3,3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y[0] \\ Y_{ae}[1] \\ Y_{be}[1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4.80)

Denklem (4.80)'deki Z matrisine ait z(1,1), z(1,2), z(1,3), z(2,1), z(2,2), z(2,3), z(3,1), z(3,2) ve z(3,3) elemanlar α katsayısına bağlı fonksiyonları göstermektedir. Denklem (4.80)'deki matris eşitliğin sıfırdan farklı bir çözüme sahip olması için Z matrsinin yani katsayılar matrisinin determinantı sıfır olmalıdır. İşte determinantı

sıfır yapan minimum α değeri bulunur. Bu değer Denklem (**4.60**)'da yerine yazılarak kritik burkulma yükü hesaplanır.

4.3 DTM'nin Elastik Temele Oturan Çok Katlı Yapıların Stabilite Denklemlerine Uygulanması

Özellikle yumuşak zemine oturan perdeli yapılarda perde altlarındaki dönmeler yer değiştirmeleri arttırmakta, dinamik analizde ise yapı periyotlarını uzatmakta ve kritik burkulma yükünü azaltmaktadır. Bu nedenle elastik temele oturan yapılarda kritik burkulma yükünün hesabında perde altlarındaki dönmelerin dikkate alınması önem taşımaktadır.

Elastik temele oturan ve taşıyıcı sistemi çerçevelerden ve perdelerden oluşan çok katlı yapıların davranışı Sürekli Sistem Hesap Modeli Yöntemi'ne göre Şekil 4.6'da gösterildiği üzere eşdeğer bir sandviç kiriş davranışı olarak idealize edilebilir.



Şekil 4.6 : Elastik temele oturan çok katlı perde-çerçeve sistemin eşdeğer sandviç kiriş olarak modellenmesi.

Elastik temele oturan çok katlı perde-çerçeve sistemin stabilite denklemi, rijit temele oturan çok katlı perde-çerçeve sistemin stabilite denklemi ile aynı olup sınır koşullarından sadece Denklem (4.50) farklıdır. Bu durumda Denklem (4.50), Denklem (4.81) haline gelir.

$$z = H$$
 $K_{\theta} \frac{dy_{ae}}{dz} - EI \frac{d^2 y_{ae}}{dz^2} = 0$ (4.81)

Burada K_{θ} , temelde dönme yayı sabiti olup çeşitli zemin cinsleri için bu değer Çizelge 4.1'de verilmiştir (Nadjai ve Johnson, 1998).

 Zemin Cinsi
 K_{θ} (kN.m/rad)

 Sağlam kaya
 ∞

 Sıkı kum
 $1.56x10^7$

 Sıkılığı % 60 olan kum
 $8.9x10^6$

 Sıkılığı % 15 olan kum
 $2.2x10^6$

Çizelge 4.1 : Çeşitli zeminler için dönme yayı sabiti değerleri (Nadjai ve Johnson, 1998).

Denklem (4.81)'deki sınır koşulu boyutsuz hale getirilip denklemin her iki yanı H^2/EI ile çarpılacak olursa Denklem (4.82) elde edilir.

$$\varepsilon = 1 \qquad \frac{HK_{\theta}}{EI} \frac{dy_{ae}}{d\varepsilon} - \frac{d^2 y_{ae}}{d\varepsilon^2} = 0$$
(4.82)

Denklem (4.82)'in gösteriminin sade hale getirilmesi için Denklem (4.83)'deki boyutsuz parametre tanımlanabilir.

$$p = \frac{HK_{\theta}}{EI}$$
(4.83)

Denklem (4.83)'deki eşitlik Denklem (4.82)'de yerine yazılacak olursa Denklem (4.84) elde edilir.

$$\varepsilon = I$$
 $p \frac{dy_{ae}}{d\varepsilon} - \frac{d^2 y_{ae}}{d\varepsilon^2} = 0$ (4.84)

5. SUNULAN YÖNTEMİN İŞLEM ADIMLARI

Çok katlı yapıların kritik burkulma yüklerinin DTM ile hesabında izlenecek işlem adımları aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- Kolon ve perde elemanların kayma rijitliği Denklem (4.2) ile hesaplanır.
- Yapının toplam eğilme rijitliği Denklem (4.3) ile hesaplanır.
- Eşdeğer kayma rijitliği; çerçeve sistemlerde Denklem (4.13), boşluklu perde sistemlerde Denklem (4.16) ve çelik çapraz çubuklardan oluşan sistemlerde bağlantı tiplerine göre Denklem (4.19), Denklem (4.20), Denklem (4.21) ve Denklem (4.22) ile hesaplanır.
- Global eğilme rijitliği Denklem (4.12) ile hesaplanır.
- Rijit temele oturan yapılarda, diferansiyel denklemlere ait boyutsuz parametrelerden m, r ve t hesaplanır. Elastik temele oturan yapılarda ise diferansiyel denklemlere ait boyutsuz parametrelerden m, r, t ve p hesaplanır.
- Rijit temele oturan yapılarda m, r ve t; Elastik temele oturan yapılarda ise m, r, t ve p boyutsuz parametlerine bağlı olarak hazırlanan programdan yararlanarak α burkulma katsayısı hesaplanır.
- $\frac{qH^3}{EI} = \alpha$ if a desinden kritik burkulma yükü (qH) hesaplanır.

Bu çalışmada sunulan yöntemin sayısal uygulamaları için geliştirilen bilgisayar programının akış şeması ise aşağıda verilmiştir.



Şekil 5.1 : Yöntemin bilgisayar programına ait akış şeması.

6. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde tezde sunulan yöntemin uygunluğunu araştırmak üzere 10 adet sayısal örnek hazırlanan program yardımıyla çözülerek literatür veya SAP2000 hazır paket programıyla karşılaştırılmıştır. Sunulan örneklerden ilk ikisinde DTM'nin işlem adımları ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

6.1 Sayısal Örnek 1

Bu örnekte rijit temele oturan, kesit ve boyutları Şekil 6.1'de gösterilen 20 katlı perde-çerçeve sistem ele alınmıştır. Yapıda; tüm katlarda kat yüksekliği 3.00 m, kolonların boyutları 0.30/0.60 m, kirişlerin boyutları 0.25/0.50 m, perde elemanlarının boyutları 0.50/4.00 m, poisson oranı 0.2, şekil faktörü 1.2 ve elastisite modülü $3*10^7$ kN/m² olarak verilmiştir.



Şekil 6.1 : Rijit temele oturan 20 katlı perde-çerçeve örneği.

Perde-çerçeve sistemin kendi ağırlığı altında y-y eksenine göre kritik burkulma yükü DTM ile aşağıda açıklandığı gibi hesaplanarak elde edilen sonuç Sonlu Elemanlar Yöntemi ile karşılaştırılmıştır.

a. Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabı:

1. Adım: Bu adımda, kurulan modelde eşdeğer a kirişine ait kayma rijitliği hesaplanır. Bunun için de perde ve kolonların kayma rijitliği Denklem (**4.2**) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$GA = \frac{E}{k'*2*(1+\mu)}*A = \frac{3*10^{7}}{2*(1+0.2)}*\frac{(0.5*4+5*0.3*0.60)}{1.2} = 30,208,333.33 \text{ kN}$$

2. Adım: Bu adımda, kurulan modelde eşdeğer a kirişine ait eğilme rijitliği hesaplanır. Bunun için de perde ve kolonların eğilme rijitlikleri toplamı Denklem (**4.3**) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$EI_{y} = \left(\frac{0.5*4^{3}}{12} + 5*\frac{0.30*0.60^{3}}{12}\right)*3*10^{7} = 80,810,000 \text{ kNm}^{2}$$

3. Adım: Bu adımda, kurulan modelde eşdeğer b kirişine ait eşdeğer kayma rijitliği Denklem (**4.13**) ile hesaplanmıştır. Bunun için de ilk önce çerçeve sisteminde kirişlerin eşdeğer kayma rijitliği (K_b) Denklem (**4.14**) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$K_{b} = \sum_{i=1}^{n'-1} \left(\frac{12EI_{ybi}}{l_{i}h} \right) = 12*3*10^{-7} * \frac{0.25*0.50^{-3}}{12*3} * \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = 312,500.000 \ kN$$

Daha sonra kolonların eşdeğer kayma rijitliği (K_c) ise Denklem (**4.15**) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$K_{c} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\pi^{2} EI_{yci}}{h^{2}} \right) = \frac{\pi^{2} * 3 * 10^{7}}{3^{2}} \left(\frac{5 * 0.30 * 0.60^{3}}{12} \right) = 888,264.396 \text{ kN}$$

Yukarıda hesaplanan (K_b) ve (K_c) değerleri Denklem (**4.13**)'de yerine yazılarak b kirişinin eşdeğer kayma rijitliği hesaplanmıştır. Bu durumda;

$$K = \left(\frac{1}{312,500.00 \ 0} + \frac{1}{888,264.39 \ 6}\right)^{-1} = 231,171.598 \ kN$$

elde ediilmiştir.

4.Adım: Bu adımda, kurulan modelde eşdeğer b kirişine ait global eğilme rijitliği Denklem (**4.12**) ile hesaplanmıştır. Eşdeğer b kirişine ait global eğilme rijitliği hesaplanırken Şekil 6.2'deki çerçeve sisteminde, ağırlık merkezinden geçen y-y eksenine göre kolonların global eğilme rijitliği hesaplanmıştır.



Şekil 6.2 : Çerçeve sistemine ait kesit.

Bu durumda;

$$D = E^* \sum_{i=1}^{m} (A_i t_i^2) = 3^* 10^7 (0.30^* 0.60^* 8^2 + 0.30^* 0.60^* 4^2 + 0.30^* 0.60^* 0^2 + 0.30^* 0.60^* 8^2) = 864^* 10^6 k Nm^2$$

elde edilmiştir.

5. Adım: Bu adımda; m, r, t katsayıları Denklem (**4.57**) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$m = \frac{60^2 * 231,171.598}{80,810,000} = 10.298$$
$$r = \frac{60^2 * 231,171.598}{864 * 10^6} = 0.963$$
$$t = \frac{60^2 * 30,208,333.330}{80,810,000} = 1345.749$$

6.Adım: Bu adımda hazırlanan program yardımıyla m, r ve t boyutsuz parametlerine bağlı olarak α katsayısı terim sayısı n=26 ve sonraki terimler için 27.493 olarak hesaplanmıştır.

Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılacak parametreler Çizelge 6.1'de toplu olarak gösterilmiştir.

EI	80,810,000 kNm ²		
GA	30,208,333.330 kN		
K	231,171.598 kN		
D	$864 \times 10^6 \text{ kNm}^2$		
m	10.298		
r	0.963		
t	1,345.749		
α	27.493		

Çizelge 6.1 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

7.Adım: Bu adımda, burkulmaya yol açan toplam eksenel kuvvet (qH) yani kritik burkulma yükü Denklem (**4.57**) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$qH = \frac{80,810,000 \quad *27.493}{60^2} = 617,141.48 \quad 1 \text{ kN} = 617.141 \text{ MN}$$

b. Kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabı:

Perde-çerçeve sistemin kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü, Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan SAP2000 hazır paket programından yararlanılarak hesaplanmıştır. Sistemin SAP2000 hazır paket programında idealize edilmesinde perde elemanlar çubuk eleman olarak dikkate alınmış ve 1 kN'luk eksenel yükler kat hizalarında bütün düğüm noktalarına düşey ve aşağı yönde ayrık olarak etkitilmiştir. Analiz sonucunda elde edilen yük burkulma faktörü 4698.826 olarak belirlenmiş olup sistemin kritik burkulma yükü;

$$qH = 4698.826*120 = 563,859.120 \text{ kN} = 563.859 \text{ MN}$$

elde edilmiştir. Kritik burkulma yükünün DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.2'de gösterilmiştir.

Çizelge 6.2 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

KRİTİK BURKULMA	DTM	SAP 2000	НАТА
YÜKÜ	617. 141 MN	563.859 MN	% 9.45

Çizelge 6.2'de görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüküne yeter yakınsaklıkta olduğu görülmüştür.
6.2 Sayısal Örnek 2

Verilen örneğin geliştirilmesinde Colunga ve Hernandez (2015)'in bildirisinden yararlanılmıştır. Bu örnekte rijit temele oturan, kesit ve boyutları Şekil 6.3'te gösterilen 10 katlı düzensiz boşluklu bir perde sistem ele alınmıştır. Yapıda; perde kalınlığı 0.30 m, tüm katlardaki kat yüksekliği 2.40 m, elastisite modülü 3*10⁷ kN/m², poisson oranı 0.2 ve şekil faktörü 1.2 olarak verilmiştir.



Şekil 6.3 : Rijit temele oturan 10 katlı düzensiz boşluklu perde örneği.

Düzensiz boşluklu perdeden oluşan bu sistemin kendi ağırlığı altında y-y eksenine göre Kritik burkulma yükü DTM ile aşağıda açıklandığı gibi hesaplanarak elde edilen sonuç Sonlu Elemanlar Yöntemi ile karşılaştırılmıştır.

a. Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabı:

1. Adım: Bu adımda, kurulan modelde eşdeğer a kirişine ait kayma rijitliği hesaplanır. Bunun için de perde duvarların kayma rijitliği Denklem (**4.2**) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$GA = \frac{E}{k' * 2 * (1 + \mu)} * A = \frac{3 * 10^7}{2 * (1 + 0.2)} * \frac{(0.90 * 0.30 + 0.45 * 0.30 + 0.45 * 0.30 + 0.60 * 0.30)}{1.2}$$

= 7,500,000.000 kN

2. Adım: Bu adımda, kurulan modelde eşdeğer a kirişine ait eğilme rijitliği Denklem (4.3) ile hesaplanmıştır. Şekil 6.4'de kesiti verilen boşluklu perde duvarında eğilme rijitliği hesaplanırken herbir dolu kısımın kendi ağırlık merkezinden geçen y-y eksenine göre eğilme rijitlikleri hesaplanıp toplanmıştır. Bu durumda;



Şekil 6.4 : Boşluklu perdeye ait kesit.

$$EI_{y} = \left(\frac{0.30*0.90^{3}}{12} + 2*\frac{0.30*0.45^{3}}{12} + \frac{0.30*0.60^{3}}{12}\right)*3*10^{7} = 845,437.500 \text{ kNm}^{2}$$

elde edilmiştir.

3. Adım: Bu adımda, kurulan modelde eşdeğer b kirişine ait eşdeğer kayma rijitliği Denklem (**4.16**) ile hesaplanmıştır. Eşdeğer kayma rijitliği hesaplanırken öncelikle Şekil 6.5'den yararlanarak I_{yb1} 1 nolu bağ kirişinin y-y eksenine göre atalet momenti, I_{yb2} 2 nolu bağ kirişinin y-y eksenine göre atalet momenti, I_{yb3} 3 nolu bağ kirişinin yy eksenine göre atalet momenti, A_{b1} 1 nolu bağ kirişinin kesit alanı, A_{b2} 2 nolu bağ kirişinin kesit alanı, A_{b3} 3 nolu bağ kirişinin kesit alanı ve G kayma modülü hesaplanmıştır. Bu durumda;



Şekil 6.5 : Boşluklu perdeye ait kesit.

$$I_{yb1} = \frac{0.30*0.90^3}{12} = 0.018225 \ m^4 \quad A_{b1} = 0.30*0.90 = 0.27 \ m^2$$
$$I_{yb2} = \frac{0.30*1.80^3}{12} = 0.1458 \ m^4 \quad A_{b2} = 0.30*1.80 = 0.54 \ m^2$$
$$I_{yb3} = \frac{0.30*1.20^3}{12} = 0.0432 \ m^4 \quad A_{b3} = 0.30*1.20 = 0.36 \ m^2$$
$$G = \frac{3*10^7}{2*(1+0.2)} = 12,500,000.00 \ kN/m^2$$

elde edilmiştir. Yukarıdaki ifadeler Denklem (**4.17**)'de yerine yazılarak bağ kirişlerine ait eşdeğer kayma rijitliği (K_b^c) hesaplanmıştır. Bu durumda;

$$K_{b}^{c} = \sum_{i=1}^{m'-l} \left[\frac{6EI_{ybi} \left[\left(d_{i} + s_{i} \right)^{2} + \left(d_{i} + s_{i;+l} \right)^{2} \right]}{d_{i}^{3} h \left(1 + \frac{12k' EI_{ybi}}{GA_{bi} d_{i}^{2}} \right)} \right] = \frac{6EI_{ybl} \left[\left(d_{1} + s_{1} \right)^{2} + \left(d_{1} + s_{2} \right)^{2} \right]}{d_{1}^{3} h \left(1 + \frac{12k' EI_{ybl}}{GA_{bl} d_{i}^{2}} \right)} + \frac{6EI_{yb2} \left[\left(d_{2} + s_{2} \right)^{2} + \left(d_{2} + s_{3} \right)^{2} \right]}{d_{2}^{3} h \left(1 + \frac{12k' EI_{yb2}}{GA_{b2} d_{2}^{2}} \right)} + \frac{6EI_{yb3} \left[\left(d_{3} + s_{3} \right)^{2} + \left(d_{3} + s_{4} \right)^{2} \right]}{d_{3}^{3} h \left(1 + \frac{12k' EI_{yb3}}{GA_{b3} d_{3}^{2}} \right)} \right]}$$

$$K_{b}^{c} = \frac{6*3*10^{7}*0.018225*\left[(1.20+0.90)^{2}+(1.20+0.45)^{2}\right]}{1.20^{3}*2.40\left(1+\frac{12*1.2*3*10^{7}*0.018225}{12,500,000*0.27*1.20^{2}}\right)} + \frac{6*3*10^{7}*0.1458*\left[(0.60+0.45)^{2}+(0.60+0.45)^{2}\right]}{0.60^{3}*2.40\left(1+\frac{12*1.2*3*10^{7}*0.1458}{12,500,000*0.54*0.60^{2}}\right)} + \frac{6*3*10^{7}*0.0432*\left[(0.90+0.45)^{2}+(0.90+0.60)^{2}\right]}{0.90^{3}*2.40\left(1+\frac{12*1.2*3*10^{7}*0.0432}{12,500,000*0.36*0.90^{2}}\right)} K_{b}^{c} = 9,257,581.922 \, kN$$

elde edilmiştir. Perde duvarına ait eşdeğer kayma rijitliği (K_c^c) ise Denklem (4.18) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$K_{c}^{c} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\pi^{2} EI_{ywi}}{h^{2}} = \frac{\pi^{2} * 845,437.500}{2.40^{2}} = 1,448,634.318 \text{ kN}$$

Yukarıda elde edilen K_b^c ve K_c^c 'ye ait sayısal değerler Denklem (**4.16**)'da yerine yazılarak eşdeğer b kirişine ait eşdeğer kayma rijitliği hesaplanmıştır. Bu durumda;

$$K^{c} = \left(\frac{1}{9,257,581.922} + \frac{1}{1,448,634.318}\right)^{-1} = 1,252,622.829 \text{ kN}$$

elde edilmiştir.

4.Adım: Bu adımda, düzensiz boşluklu perdenin ağırlık merkezi Şekil 6.6'dan yararlanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.



Şekil 6.6 : Boşluklu perdeye ait kesit.

$$X_{G} = \frac{0.90*0.45 + 0.45*2.325 + 0.45*3.375 + 0.60*4.80}{0.90 + 0.45 + 0.45 + 0.60} = 2.4375 \text{ m}$$

5.Adım: Bu adımda, kurulan modelde eşdeğer b kirişine ait global eğilme rijitliği hesaplanır. Bunun için de düzensiz boşluklu perde sisteminde perde duvarların, sistemin ağırlık merkezinden geçen y-y eksenine göre global eğilme rijitliği Şekil 6.7'den yararlanılarak Denklem (**4.12**) ile hesaplanmıştır. Bu durumda;



Şekil 6.7 : Boşluklu perdeye ait kesit.

$$D = E * \sum_{i=1}^{m'} (A_i t_i^2) = 3 * 10^7 * (0.30 * 0.90 * 1.9875^2 + 0.30 * 0.45 * 0.1125^2 + 0.30 * 0.45 * 0.9375^2 + 0.30 * 0.60 * 2.3625^2) = 65,746,687.500 \text{ kNm}^2$$

elde edilmiştir.

6. Adım: Bu adımda; m, r ve t katsayıları Denklem (4.57) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$m = \frac{24^2 * 1,252,622.829}{845,437.500} = 853.417$$
$$r = \frac{24^2 * 1,252,622.829}{65,746,687.500} = 10.974$$
$$t = \frac{24^2 * 7,500,000.000}{845,437.500} = 5,109.780$$

7.Adım: Bu adımda hazırlanan program yardımıyla m, r ve t boyutsuz parametlerine bağlı olarak α katsayısı terim sayısı n=102 ve sonraki terimler için 456.660 olarak hesaplanmıştır.

Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılacak parametreler Çizelge 6.3'de toplu olarak gösterilmiştir.

EI	845,437.500 kNm ²	
GA	7,500,000.000 kN	
K ^c	1,252,622.829 kN	
D	65,746,687.5 kNm ²	
m	853.417	
r	10.974	
t	5,109.78	
α	456.656	

Çizelge 6.3 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

8.Adım: Bu adımda; burkulmaya yol açan toplam eksenel kuvvet (qH) yani kritik burkulma yükü Denklem (**4.57**) ile aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$qH = \frac{845,437.500*456.656}{24^2} = 670,267.547 \text{ kN} = 670.268 \text{ MN}$$

b. Kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabı:

Düzensiz Boşluklu perde sistemin kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü, Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan SAP2000 hazır paket programından yararlanarak hesaplanmıştır. Sistemin SAP2000 hazır paket programında idealize edilmesinde Eşdeğer Çerçeve Yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca yapı ağırlığının kat yüksekliği boyunca yayılı olarak etkidiği kabulü yapılmıştır. Analiz soncunda elde edilen yük burkulma faktörü 953.313 olarak belirlenmiş olup sistemin kritik burkulma yükü;

$$qH = 953.313*648 = 617,746.824 \text{ kN} = 617.747 \text{ MN}$$

elde edilmiştir.

Kritik burkulma yükünün DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.4'de gösterilmiştir.

Çizelge 6.4 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

KRİTİK BURKULMA YÜKÜ	DTM	SAP 2000	НАТА
	670.268 MN	617.747 MN	% 8.50

Çizelge 6.4'de görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüküne yeter yakınsaklıkta olduğu görülmüştür.

6.3 Sayısal Örnek 3

Literatürden alınan bu örnekte rijit temele oturan, kesit ve boyutları Şekil 6.8'de gösterilen 12 katlı düzlem çerçeve sistem ele alınmıştır (Zalka, 2013). Yapıda; tüm katlardaki kat yüksekliği 2.90 m, kolonların boyutları 0.40/0.40 m, kirişlerin boyutları 0.40/0.50 m, elastisite modülü 29*10⁶ kN/m², poisson oranı 0.2 ve şekil faktörü 1.2 olarak verilmiştir.



Şekil 6.8 : Rijit temele oturan 12 katlı düzlem çerçeve (Zalka, 2013).

Uygulamada yapının kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü, hem DTM ile hem de Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan SAP2000 hazır paket programından yararlanarak hesaplanmıştır. Ayrıca aynı örnekteki düzlem çerçevenin kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü Zalka tarafından Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan Axis programı kullanılarak hesaplanmıştır (Zalka, 2013). Düzlem çerçeve sisteminin SAP2000 hazır paket programında idealize edilmesinde 1 kN'luk eksenel yükler kat hizalarında bütün düğüm noktalarına düşey ve aşağı yönde ayrık olarak etkitilmiştir.

Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılan parametreler Çizelge 6.5'de verilmiş olup kritik burkulma yükünün DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.6'da gösterilmiştir.

, 0	1 1
EI	494,933.3333 kNm ²
GA	12,888,888.89 kN
K	291,039.9624 kN
D	7,015,680,000.00 kNm ²
m	712.138
r	0.0502
t	31,537.50
α	933.6148

Cizelge 6.5 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

Çizelge 6.6 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

KRİTİK BURKULMA YÜKÜ	DTM	SAP 2000	Zalka (2013)	НАТА
	381.554 MN	353.540 MN	300 MN	% 7.92

Çizelge 6.6'da görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüküne yeter yakınsaklıkta olduğu görülmüştür.

6.4 Sayısal Örnek 4

Bu örnekte rijit temele oturan, kesit ve boyutları Şekil 6.9'da gösterilen 15 katlı düzlem dolu perde sistem ele alınmıştır. Yapıda; tüm katlardaki kat yükseklikliği 3.00 m, perdelerin boyutları 0.40/6.00 m, elastisite modülü $3*10^7$ kN/m², poisson oranı 0.2 ve şekil faktörü 1.2 olarak verilmiştir.



Şekil 6.9 : Rijit temele oturan 15 katlı düzlem dolu perde.

Uygulamada, yapının kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü hem DTM ile hem de Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan SAP2000 hazır paket programından yararlanarak hesaplanmıştır. Düzlem dolu perde sistemin SAP2000 hazır paket programında idealize edilmesinde, perde elemanlar kabuk eleman olarak dikkate alınmış ve 0.05x0.05 m boyutunda kare şeklinde parçalara bölünmüştür. Ayrıca yapı ağırlığının kat yüksekliği boyunca yayılı olarak etkidiği kabulü yapılmıştır.

Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılan parametreler Çizelge 6.7'de verilmiş olup kritik burkulma yükünün her iki yöntemle de hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.8'de gösterilmiştir.

EI	$216 \mathrm{x} 10^6 \mathrm{kNm}^2$
GA	$25 \times 10^{6} \text{ kN}$
m	0.0001
r	0.0001
t	234.375
α	7.7150

Cizelge 6.7 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

Çizelge 6.8 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

KRİTİK BURKULMA YÜKÜ 8	DTM	SAP 2000	НАТА
	822.933 MN	816.786 MN	% 0.75

Çizelge 6.8'de görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüküne yeter yakınsaklıkta olduğu görülmüştür.

6.5 Sayısal Örnek 5

Literatürden alınan bu örnekte rijit temele oturan, kesit ve boyutları Şekil 6.10'da gösterilen 18 katlı düzenli boşluklu düzlem bir perde sistem ele alınmıştır (Zalka, 2013). Yapıda; perde kalınlığı 0.20 m, boşluklu perdeleri birleştiren bağ kirişlerinin boyutları en üst katta 0.20/0.75 m, diğer katlarda 0.20/1.50 m, tüm katlardaki kat yükseklikliği 3.00 m, elastisite modülü 3*10⁷ kN/m², poisson oranı 0.2 ve şekil faktörü 1.2 olarak verilmiştir.



Şekil 6.10 : Rijit temele oturan 18 katlı düzenli boşluklu düzlem perde (Zalka, 2013). Uygulamada yapının kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü, hem DTM ile hem de Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan SAP2000 hazır paket programından yararlanarak hesaplanmıştır. Ayrıca aynı örnekteki düzenli boşluklu düzlem perde sistemin kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü Zalka tarafından

Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan Axis programı kullanılarak hesaplanmıştır (Zalka, 2013). Düzenli boşluklu düzlem perde sistemin SAP2000 hazır paket programında idealize edilmesinde Eşdeğer Çerçeve Yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca 1 kN'luk eksenel yükler kat hizalarında bütün düğüm noktalarına düşey ve aşağı yönde ayrık olarak etkitilmiştir.

Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılan parametreler Çizelge 6.9'da verilmiş olup kritik burkulma yükünün DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.10'da gösterilmiştir.

EI	21,500.000 MNm ²	
GA	14,583.333 MN	
K ^c	8,463.836 MN	
D	486,000.000 MNm ²	
m	1,147.932	
r	50.783	
t	1,977.907	
α	172.812	

Çizelge 6.9 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

Çizelge 6.10 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

KRİTİK BURKULMA	DTM	SAP 2000	Zalka (2013)	НАТА
YÜKÜ	1,274.163 MN	1,134.475 MN	1,207.000 MN	% 5.56

Çizelge 6.10'da görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüküne yeter yakınsaklıkta olduğu görülmüştür.

6.6 Sayısal Örnek 6

Literatürden alınan bu örnekte rijit temele oturan, kesiti ve boyutları Şekil 6.11'de gösterilen 8 katlı düzlem çelik çapraz çerçeve sistem ele alınmıştır (Zalka, 2013). Yapıda; tüm katlardaki kat yüksekliği 3 m, kolonların kesit alanları $1.74 \times 10^{-2} \text{ m}^2$, kirişlerin kesit alanları $5.73 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, diyagonellerin kesit alanları $3.75 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ve elastisite modülü $200 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$ olarak verilmiştir.



Şekil 6.11 : Rijit temele oturan 8 katlı düzlem çelik çapraz çerçeve (Zalka, 2013).

Uygulamada yapının kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü, hem DTM ile hem de Zalka tarafından Sonlu Elemanlar Yöntemi ile çözüm yapan Axis programı kullanılarak hesaplanmıştır (Zalka, 2013).

Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılan parametreler Çizelge 6.11'de verilmiş olup kritik burkulma yükünün DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.12'de gösterilmiştir.

Çizelge 6.11 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

K _S	215,294.766 kN
D	15,660,000.000 kNm ²
m	0.0001
r	0.0001
t	7.919
α	5.1732

Çizelge 6.12 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

KRİTİK BURKULMA DTM	Zalka (2013)	НАТА	
YÜKÜ	140.646 MN	126.9 MN	% 10.83

Çizelge 6.12'de görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüküne yeter yakınsaklıkta olduğu görülmüştür.

6.7 Sayısal Örnek 7

Literatürden alınan bu örnekte rijit temele oturan, kesit ve boyutları Şekil 6.12'de gösterilen 20 katlı düzlem çelik çapraz çerçeve sistem ele alınmıştır (Hoenderkamp, 2002). Yapıda; tüm katlardaki kat yüksekliği 3 m, kolonların kesit alanları 1.744×10^{-2} m², kirişlerin kesit alanları 5.733×10^{-3} m², diyagonellerin kesit alanları 3.75×10^{-3} m² ve elastisite modülü 200×10^{6} kN/m² olarak verilmiştir.



Şekil 6.12 : Rijit temele oturan 20 katlı düzlem çelik çapraz çerçeve (Hoenderkamp, 2002).

Uygulamada yapının kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü, hem DTM ile hem de Hoenderkamp tarafından hesaplanmıştır (Hoenderkamp, 2002).

Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılan parametreler Çizelge 6.13'de verilmiş olup kritik burkulma yükünün DTM ve Hoenderkamp tarafından hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.14'de gösterilmiştir.

K _S	1,590,586.099 kN	
D	156,960,000 kNm ²	
m	0.0001	
r	0.0001	
t	36.481	
α	7.0998	

Çizelge 6.13 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

Çizelge 6.14 : DTM ile hesaplanan ve Hoenderkamp tarafından hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

KRİTİK BURKULMA DTM		Hoenderkamp (2002)	НАТА
YÜKÜ	309.551 MN	287.90 MN	% 7.52

Çizelge 6.14'te görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüküne yeter yakınsaklıkta olduğu görülmüştür.

6.8 Sayısal Örnek 8

Literatürden alınan bu örnekte rijit temele oturan, kesit ve boyutları Şekil 6.13'de gösterilen 10 katlı düzenli boşluklu düzlem perde sistem ele alınmıştır (Gustafsson ve Hehir, 2005). Yapıda; boşluklu perde kalınlığı 0.50 m, boşluklu perdeleri birleştiren bağ kirişlerinin boyutları en üst katta 0.50/1.10 m, diğer katlarda 0.50/2.20 m, tüm katlardaki kat yüksekliği 3.00 m, elastisite modülü $3x10^7$ kN/m², poisson oranı 0.2 ve şekil faktörü 1.2 olarak verilmiştir.



Şekil 6.13 : Rijit temele oturan 10 katlı düzenli boşluklu düzlem perde (Gustafsson ve Hehir, 2005).

Uygulamada yapının kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü, hem DTM ile hem de Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan SAP2000 hazır paket programından yararlanarak hesaplanmıştır. Ayrıca aynı örnekteki düzenli boşluklu düzlem perdeden oluşan sistemin kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü Gustafsson ve Hehir tarafından Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan SOLVIA programı kullanılarak hesaplanmıştır (Gustafsson ve Hehir, 2005). Düzlem boşluklu perde sisteminin SAP2000 hazır paket programında idealize edilmesinde Eşdeğer Çerçeve Yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca 1 kN'luk eksenel yükler kat hizalarında bütün düğüm noktalarına düşey ve aşağı yönde ayrık olarak etkitilmiştir. Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılan parametreler Çizelge 6.15'te verilmiş olup kritik burkulma yükünün DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.16'da gösterilmiştir.

EI	39,062,500.000 kNm ²
GA	26,041,666.667 kN
K ^c	15,134,382.125 kN
D	567,187,500.000 kNm ²
m	348.696
r	24.015
t	600.000
α	106.183

Çizelge 6.15 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

Çizelge 6.16 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

KRİTİK BURKULMA	DTM	SAP 2000	Gustafsson ve Hehır (2005)	НАТА
YÜKÜ	4,608.637 MN	3,766.126 MN	3736.000 MN	% 22.37

Çizelge 6.16'da görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüküne yeter yakınsaklıkta olduğu görülmüştür.

6.9 Sayısal Örnek 9

Bu örnekte rijit temele oturan kesit ve boyutları Şekil 6.14'te gösterilen 14 katlı düzlem çerçeve sistem ele alınmıştır. Ele alınan yapıda; tüm katlardaki kat yükseklikleri 3.10 m, kolonların boyutları 0.50/0.50 m, kirişlerin boyutları 0.25/0.50 m, elastisite modülü 3×10^7 kN/m², poisson oranı 0.2 ve şekil faktörü 1.2 olarak verilmiştir.



Şekil 6.14 : Rijit temele oturan 14 katlı düzlem çerçeve.

Uygulamada yapının kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü, hem DTM ile hem de Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan SAP2000 hazır paket programından yararlanarak hesaplanmıştır. Düzlem çerçeve sistemin SAP2000 hazır paket programında idealize edilmesinde 1 kN'luk eksenel yükler kat hizalarında bütün düğüm noktalarına düşey ve aşağı yönde ayrık olarak etkitilmiştir.

Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılan parametreler Çizelge 6.17'de verilmiş olup kritik burkulma yükünün DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.18'de gösterilmiştir.

EI	1,250,000 kNm ²
GA	20,833,333.33 kN
K	411,135.0851 kN
D	3,858,750,000 kNm ²
m	619.518
r	0.201
t	31,392.667
α	817.700

Cizelge 6.17 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

Çizelge 6.18 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

KRİTİK BURKULMA YÜKÜ	DTM	SAP 2000	НАТА
	542.656 MN	497.589 MN	% 9.06

Çizelge 6.18'de görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yükünün Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüküne yeter yakınsaklıkta olduğu görülmüştür.

6.10 Sayısal Örnek 10

Bu örnekte, Sayısal Örnek 1'deki rijit temele oturan düzlem perde-çerçeve sistemin Şekil 6.15'teki gibi elastik temele oturması durumu ele alınmıştır. Yapıda; tüm katlardaki kat yükseklikleri 3.00 m, kolonların boyutları 0.30/0.60 m, kirişlerin boyutları 0.25/0.50 m, perde elemanlarının boyutları 0.50/4.00 m, poisson oranı 0.2, şekil faktörü 1.2 ve elastisite modülü 3×10^7 kN/m² olarak verilmiştir.



Şekil 6.15 : Elastik temele oturan 20 katlı perde-çerçeve örneği.

Temelde Dönme yayı sabiti değerleri, Nadjai ve Johnson tarafından çeşitli zemin cinsleri için Çizelge 6.19'da verilen değerler esas alınmıştır (Nadjai ve Johnson, 1998).

Çizelge 6.19 : Çeşitli zeminler için dönme yayı sabiti değerleri (Nadjai ve Johnson, 1998).

Zemin Cinsi	K _θ (kN.m/rad)
Sıkı kum	1.56×10^7
Sıkılığı % 60 olan kum	8.9x10 ⁶
Sıkılığı % 15 olan kum	2.2×10^{6}

Uygulamada yapının kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yükü, Çizelge 6.19'da verilen üç tür zemin için hem DTM ile hem de Sonlu Elemanlar Yöntemi ile analiz yapan SAP2000 hazır paket programından yararlanarak hesaplanmış ve Çizelge 6.20'de verilen değişen perde boyutları için hesap tekrarlanmıştır.

Çizelge 6.20 : Perde Boyutları.

Perde		
Boyutları (m.)		
0.50/4.50		
0.50/5.00		
0.50/5.50		
0.50/6.00		
0.50/6.50		

Düzlem perde-çerçeve sistemimin SAP2000 hazır paket programında idealize edilmesinde perde elemanlar çubuk eleman olarak dikkate alınmış ve 1 kN'luk eksenel yükler kat hizalarında bütün düğüm noktalarına düşey ve aşağı yönde ayrık olarak etkitilmiştir.

Kritik burkulma yükünün DTM ile hesabında kullanılan parametreler Çizelge 6.21'de verilmiş olup kritik burkulma yükünün DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 6.22'de gösterilmiştir.

Perde	Parametreler	Sıkı Kum	Sıkılığı % 60 olan	Sıkılığı % 15 olan	
Boyutları			kum	kum	
(m)					
	EI (kNm ²)	80,810,000	80,810,000	80,810,000	
	GA (kN)	30,208,333.330	30,208,333.330	30,208,333.330	
0 50/4 00	K (kN)	231,171.598	231,171.598	231,171.598	
	$D(kNm^2)$	864x10°	864x10°	864x10°	
0.50/4.00	m	10.298	10.298	10.298	
	r	0.963	0.963	0.963	
	t	1345.749	1345.749	1345.749	
	р	11.583	6.608	1.633	
	α	24.288	22.591	17.848	
	EI (kNm ²)	114,716,250	114,716,250	114,716,250	
	GA (kN)	32,812,500	32,812,500	32,812,500	
	K (kN)	231,171.598	231,171.598	231,171.598	
	$D(kNm^2)$	864x10°	864x10°	864x10°	
0.50/4.50	m	7.255	7.255	7.255	
	r	0.963	0.963	0.963	
	t	1029.715	1029.715	1029.715	
	р	8.159	4.655	1.151	
	α	18.427	16.740	12.778	
	EI (kNm ²)	157,060,000	157,060,000	157,060,000	
0.50/5.00	GA (kN)	35,416,666.67	35,416,666.67	35,416,666.67	
	K (kN)	231,171.598	231,171.598	231,171.598	
	$D(kNm^2)$	864x10 ⁶	864x10 ⁶	864x10 ⁶	
	m	5.299	5.299	5.299	
	r	0.963	0.963	0.963	
	t	811.792	811.792	811.792	
	р	5.960	3.400	0.840	
	α	14.343	12.721	9.440	
0.50/5.50	EI (kNm ²)	208,778,750	208,778,750	208,778,750	
	GA (kN)	38,020,833.33	38,020,833.33	38,020,833.33	
	K (kN)	231,171.598	231,171.598	231,171.598	
	$D(kNm^2)$	864x10 ⁶	864x10 ⁶	864x10 ⁶	
	m	3.986	3.986	3.986	
	r	0.963	0.963	0.963	
	t	655.598	655.598	655.598	
	р	4.483	2.558	0.632	
	α	11.387	9.870	7.161	
	EI (kNm ²)	270,810,000	270,810,000	270,810,000	
	GA (kN)	40,625,000	40,625,000	40,625,000	
	K (kN)	231,171.598	231,171.598	231,171.598	
	$D(kNm^2)$	864x10 ⁶	864x10 ⁶	864x10 ⁶	
0.50/6.00	m	3.073	3.073	3.073	
	r	0.963	0.963	0.963	
	t	540.047	540.047	540.047	
	р	3.456	1.972	0.487	
	α	9.183	7.795	5.555	
	$EI (kNm^2)$	344,091,250	344,091,250	344,091,250	
	GA (kN)	43,229,166.67	43,229,166.67	43,229,166.67	
	K (kN)	231,171.598	231,171.598	231,171.598	
	$D(kNm^2)$	864x10 ⁶	864x10 ⁶	864x10 ⁶	
0.50/6.50	m	2.419	2.419	2.419	
	r	0.963	0.963	0.963	
	t	452.278	452.278	452.278	
	р	2.720	1.552	0.384	
	α	7.504	6.252	4.395	

Çizelge 6.21 : DTM ile hesapta kulanılan parametreler.

		KRİTİK B		
PERDE	ZEMİN CİNSİ	YÜKÜ		НАТА
BOYUTLARI		(MN)		
		DTM	SAP 2000	
	Sıkı Kum	545.198	502.908	% 8.41
0.50/4.00	Sıkılığı % 60 olan kum	507.105	471.721	% 7.50
	Sıkılığı % 15 olan kum	400.638	385.373	% 3.96
	Sıkı Kum	587.188	542.845	% 8.17
0.50/4.50	Sıkılığı % 60 olan kum	533.431	497.879	% 7.14
	Sıkılığı % 15 olan kum	407.179	392.068	% 3.85
	Sıkı Kum	625.753	580.145	% 7.86
0.50/5.00	Sıkılığı % 60 olan kum	554.989	519.820	% 6.77
	Sıkılığı % 15 olan kum	411.846	396.842	% 3.78
	Sıkı Kum	660.379	614.142	% 7.53
0.50/5.50	Sıkılığı % 60 olan kum	572.402	537.895	% 6.42
	Sıkılığı % 15 olan kum	415.296	400.290	% 3.75
	Sıkı Kum	690.791	644.421	% 7.20
0.50/6.00	Sıkılığı % 60 olan kum	586.379	552.612	% 6.11
	Sıkılığı % 15 olan kum	417.875	402.819	% 3.74
0.50/6.50	Sıkı Kum	717.239	670.870	% 6.91
	Sıkılığı % 60 olan kum	597.572	564.522	% 5.85
	Sıkılığı % 15 olan kum	420.078	404.707	% 3.80

Çizelge 6.22 : DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin karşılaştırılması.

Çizelge 6.22'de görüldüğü üzere DTM ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle hesaplanan kritik burkulma yüklerine yeter yakınsaklıkta olduğu ve perde boyutlarının artmasıyla elastik temelin kritik burkulma yüküne etkisinin arttığı gözlenmiştir.

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Mühendislikte karşılaşılan bir çok problemin çözümünde kullanılan sonlu elemanlar gibi ayrıntılı analiz yapan yöntemlerin teorik alt yapısının yeterince bilinmemesi nedeniyle zaman zaman hatalı sonuçlar verdiği bilinmektedir. Ayrıca eleman sayılarının artmasıyla da analiz sürelerinin uzadığı görülmüştür. Bu nedenlerle mühendislikte karşılaşılan problemlerin çözümünde, hızlı sonuç veren ve hassasiyeti yüksek olan sayısal yöntemler ön plana çıkmıştır.

Bu çalışmada; çok katlı düzlem yapıların kendi ağırlığı altındaki kritik burkulma yüklerinin DTM ile hesabı için bir yöntem önerilmiştir. Sunulan yöntemin uygunluğu 6. bölümde 10 adet örnek üzerinde araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Yapının kendi ağırlığı altında burkulmadaki davranışı çok az sayıda parametreyle belirlenmiş olup bu da analizin çok kısa sürede tamamlanmasını sağlamıştır.
- Kritik burkulma yükünün yaklaşık hesabında diferansiyel dönüşüm denklemindeki terim sayısı ne kadar çok arttırılırsa yaklaşık sonuçta kesin sonuca o kadar yakınsamıştır.
- Kritik burkulma yükünün DTM ve Sonlu Elemanlar Yöntemi ile hesabında hata oranının 9 örnekte %10'un altında 1 örnekte ise %10'un üzerinde olduğu görülmüştür.
- Elastik temele oturan çok katlı perde çerçeve sistemde perde boyutlarının artması ile elastik temelin kritik burkulma yüküne etkisi artmıştır.

Gelecek çalışmalarda sunulan yöntem kesit özellikleri ve eksenel yüklerin yapı yüksekliği boyunca değiştiği yapıların kritik burkulma yüklerinin belirlenmesi için geliştirilebilir. Ayrıca düzlem elemanlarla sınırlanmış olan bu çalışma üç boyutlu burulmalı yapıların bağlaşık burulmalı öteleme hali için kritik burkulma yüklerinin belirlenmesinde geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

- Atımtay, E. (2001). Çerçeveli ve Perdeli Betonarme Sistemlerin Tasarımı, (2. cilt, 2. baskı). Ankara: Bizim Büro.
- Balkaya, M., Kaya, M. O. & Sağlamer, A. (2009). Analysis of the vibration of an elastic beam supported on elastic soil using the differential transform method. Archive of Applied Mechanics, 79(2), 135-146.
- **Bozdoğan, K. B. & Öztürk, D.** (2010). An approximate method for lateral stability analysis of wall-frame buildings including shear deformations of walls. *Sadhana*, *35*(3), 241-253.
- **Chai, Y. H. & Wang, C. M.** (2006). An application of differential transformation to stability analysis of heavy columns. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 6(3), 317-332.
- **Colunga, A. T. & Hernandez, G. R.** (2015). Assessment of the lateral stiffness of walls with openings, 5th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Crete Island: May 25-27.
- Coşkun, S. B. & Atay, M. T. (2009). Determination of critical buckling load for elastic columns of constant and variable cross-sections using variational iteration method. *Computers and Mathematics with Applications*, 58(11-12), 2260-2266.
- **Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik.** (2007). T. C. Resmi Gazete, 26454, 6 Mart 2007.
- **Ekiz, İ.** (2008). Yapı statiği II: Yapı Sistemlerinde Yer Değiştirmelerin ve Hiperstatik Sistemlerin Hesap Yöntemleri, (2. baskı). İstanbul: Birsen.
- Gengshu, T., Pi, Y-L., Bradford, M. A. & Tin-Loi, F. (2008). Buckling and second-order effects in dual shear-flexural systems. *Journal of Structural Engineering*, 134(11), 1726-1732.
- Girgin, K., Özmen, G. ve Orakdöğen, E. (2005). Düzensiz çerçevelerde kolon burkulma boyları. *Türkiye Mühendislik Haberleri* (436), 28-36.
- Girgin, K., Ozmen, G. & Orakdogen, E. (2006). Buckling lengths of irregular frame columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 62(6), 605-613.
- Girgin, K. ve Özmen, G. (2008). Ötelemesi önlenmiş çok katlı yapılarda kolon burkulma boyları. *İMO Teknik Dergi, 19*(1), 4333-4346.
- **Gustafsson, D. & Hehir, J.** (2005). *Stability of tall buildings* (Master's thesis). Retrieved from http://www.lib.chalmers.se/

- Hoenderkamp, J. C. D. (2002). Critical loads of lateral load resisting structures for tall buildings. *The Structural Design of Tall Buildings*, 11(3), 221-232.
- Kaya, M. O. & Ozgumus, O. O. (2007). Flexural-torsional-coupled vibration analysis of axially loaded closed-section composite timoshenko beam by using DTM. *Journal of Sound and Vibration*, 306(3-5), 495-506.
- Keskin, Y. & Oturanç, G. (2010). Application of reduced differential transformation method for solving gas dynamics equation. *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences*, 5(22), 1091-1096.
- Kollar, L. P. (2008). Second order effects on building structures-an approximate evaluation, *17th Congress of IABSE*, Chicago : September 17-19.
- Kumbasar, N. (1998). Çok katlı çerçevelerin yaklaşık burkulma hesabı için bağıntılar. *İMO Teknik Dergi 9*(3), 1687-1696.
- Li, Q. S. (2001). Stability of tall buildings with shear-wall structures. *Engineering Structures*, 23(9), 1177-1185.
- Mirzabeigy, A. & Madoliat, R. (2015). Free vibration analysis of partially connected parallel beams with elastically restrained ends. *Journal of Mechanical Engineering Science*, doi: 10.1177/0954406215607902.
- Nadjai, A. & Johnson, D. (1998). Elastic and elasto-plastic analysis of planar coupled shear walls with flexible bases. *Computers and Structures*, 68(1-3), 213-229.
- Omurtag, M. H. (2013). *Mukavemet*, (2. cilt, 3.baskı). İstanbul: Birsen.
- **Orumu, S. T.** (2013). Approximate elastic model for determination of critical loads and effective lengths for simple sway frames. *The International Journal of Engineering and Science*, 2(8), 113-120.
- Özkan, O. ve Keskin, Y. (2005). Yüksek mertebeden sınır değer problemlerinin diferansiyel dönüşüm metodu ile yaklaşık çözümleri, XVIII. Ulusal Matematik Sempozyumu, İstanbul, TÜRKİYE : Eylül 5-8.
- Özmen, G. ve Girgin, K. (2005). Ötelemesi önlenmemiş çok katlı yapılarda kolon burkulma boyları. *İMO Teknik Dergi 16*(4), 3695-3711.
- Peker, H. A., Karaoğlu, O. & Oturanç, G. (2011). The differential transformation method and pade approximant for a form of blasius equation. *Mathematical and Computational Applications*, 16(2), 507-513.
- **Potzta, G.** (2002). Approximate analysis of building structures subjected to earthquakes (Doctoral dissertation). Retrieved from http://www.omikk.bme.hu/
- **Potzta, G. & Kollar, L. P.** (2003). Analysis of building structures by replacement sandwich beams. *International Journal of Solids and Structures*, 40(3), 535-553.
- **Rajasekaran, S.** (2009). Structural Dynamics of Earthquake Engineering: Theory and Application Using Mathematica and Matlab. New York: CRC Press.

- **Rajasekaran, S.** (2013). Static, stability and free vibration analysis of arches using a new differential transformation-based arch element. *International Journal of Mechanical Sciences*, 77, 82-97.
- **Rosman, R.** (1973). Dynamics and stability of shear wall building structures. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 55(2), 411-423.
- Rutenberg, A., Leviathan, I. & Decalo, M. (1988). Stability of shear-wall structures. *Journal of Structural Engineering*, 114(3), 707-716.
- Servi, S., Keskin, Y. & Oturanç, G. (2010). New approaches in the solution of system of differential equation, *Proceedings of the First International Conference on Mathematics and Statistics*, Sharjah, UAE : March 18-21.
- Tong, G. S. & Ji, Y. (2007). Buckling of frames braced by flexural bracing. *Journal* of Constructional Steel Research, 63(2), 229-236.
- Wang, Q. (1991). Stability of shear-wall buildings using method of weighted residuals. *Journal of Engineering Mechanics*, 117(3), 700-706.
- Wang, S. K. (1997). Stiffness, stability and fundamental period of coupled shear walls of variable thickness. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, 122(3), 334-338.
- Xenidis, H. & Makarios, T. (2004). Critical Buckling Load of Multi-Story R/C Buildings. 13th World Conference on Earthquake Engineering, (pp.807). Vancouver, B.C., Canada, August 1-6.
- Zalka, K. A. (1999). Full-height buckling of frameworks with cross-bracing. Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings, 134(2), 181-191.
- Zalka, K. A. (2002). Global stability analysis and structural performance of buildings braced by infilled frames. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures & Buildings, 152*(3), 213-224.
- Zalka, K. A. (2013). Structural analysis of regular multi-storey buildings. New York: CRC Press.
- Zhou, J. K. (1986). Differential Transformation and its Application for Electrical Circuits. Wuhan, China: Huazhong University Press.
- Zhang, L., Tong, G. S. & Ji, Y. (2015). Buckling of flexural-shear bracing system and its braced steel frames. Advances in Structural Engineering, 18(11), 1831-1844.
- **Url-1** *<https://tr.wikipedia.org/wiki/Kırklareli>*, alındığı tarih: 03.12.2015.
- Url-2 <*www.fugamuhendislik.com.tr*>, alındığı tarih: 03.12.2015.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Süleyman AYDIN

Doğum Yeri ve Tarihi: Kırıkhan/HATAY 01/09/1977

E-Posta: suleymanaydin6131@hotmail.com

ÖĞRENİM DURUMU:

Lisans: 2000, Balıkesir Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü