# GERİLİM KAYNAKLI PARALEL AKTİF FİLTRENİN GENELLEŞTİRİLMİŞ DURUM UZAY ORTALAMA (GSSA) METODU İLE MODELLENMESİ

#### Murat TUNA<sup>1</sup>

Ayşe ERGÜN AMAÇ<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Elektrik Eğitimi Bölümü Teknik Eğitim Fakültesi Kocaeli Üniversitesi, Umuttepe Merkez Yerleşkesi <sup>1</sup>e-posta: tunamurat41@mynet.com.tr <sup>2</sup>e-posta: ayseergun@kou.edu.tr

#### ABSTRACT

This work focuses on the development of the generalized averaged models of parallel active filter (PAF). The method adopted to achieve this is the generalized state space averaging (GSSA) method. The non-linearity of the system is removed by using this method. The relation between the state variables of the system is expressed by linear equations. An exact and fast approximation of the system parameters is achieved. By this method, non-linearity of real elements causes many problems such as long execution time, divergence, and huge produced files do not exist. In addition, the results of the simulations of the GSSA models are compared with real-time simulation results, which are done in the PSIM software.

Anahtar kelimeler: Genelleştirilmiş Durum Uzay Ortalama Metodu (GSSA), Aktif Filtreler

# 1. GİRİŞ

Paralel aktif filtreler (PAF), endüstrivel alanda en cok kullanılan aktif filtre türüdür. Bu filtreler; AA sürücüleri, doğrultucular, kesintisiz güç kaynakları, frekans çeviriciler gibi doğrusal olmayan yüklerden kaynaklanan akım tabanlı bozulmalar, akım harmonikleri, yük dengesizlikleri, reaktif akım ve nötral akım bozulmalarını kompanze etmek için kullanılmaktadır [1]. Bu konfigürasyon tek fazlı, üç fazlı ve akım kaynaklı, gerilim kaynaklı olarak değisiklik gösterebilir. Paralel aktif filtreler, doğrusal olmayan yükten dolayı kaynağa akan harmonik akımları iptal ederler ve akım kaynağı gibi davranarak harmonik akımlara zıt fazda aynı genlikte akımlar üreterek sistemi harmoniklerden korurlar. Böylece yük akımı ve aktif filtrenin ürettiği akımlar toplamı birbirlerini sıfırlar ve bu şekilde şebekeye akan harmonik akımlar engellenmiş olur.

#### 2. GSSA METODU

Genelleştirilmiş durum uzay ortalama metodu; periyodik olmayan sinyaller için Fourier dönüşümünden çıkartılmıştır. Bu metod, herhangi bir "x(t) dalga şekline (t-T, T] sonlu zaman aralığında Fourier dönüşümünün sonlu katsayıları kullanılarak keyfi doğrulukla yaklaşılabilir" prensibine dayanmaktadır. Bu bağıntı;

$$x(t) = \sum_{k=-n}^{n} \langle x \rangle_{k}(t)e^{jk\omega t}$$
(1)

eşitliği ile ifade edilir. Burada;

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{2}$$

$$\langle x \rangle_{k} (t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^{T} x(\tau) e^{-jk\omega\tau} d\tau$$
 (3)

ile hesaplanmaktadır. (1)'de n'in değeri doğruluğun derecesine bağlıdır. Burada n sonsuza giderse, yaklaşım hatası da sıfıra gider. Eğer bir durum değişkeninin herhangi bir salınımı yok ve aynı zamanda sabitse, sadece k=0 terimi kullanılarak alınan sonuç, durum uzay ortalama metodu ile elde edilen sonucu verir [2]. Bunun yanı sıra, eğer durum değişkeninin sinüs dalgasına benzer yalnızca tek bir salınımı varsa, k=-1, 1 terimi kullanılır. Bu metod birinci harmonik yaklaşımı olarak adlandırılır. Eğer bir durum değişkeninin bir DC değeri ve aynı zamanda bir salınımı da varsa, k=-1, 0, 1 terimi kullanılır. Burada ne kadar çok terim hesaba katılırsa doğruluğa o kadar yaklaşılmaktadır [3–5].

Burada,  $\langle x \rangle_k(t)$  kompleks Fourier katsayılarıdır. Bu katsayılar düşünülen aralıkta zamanın fonksiyonu olarak değişir. Bu yaklaşımda amaç; katsayıların, denklem (3) ile verilen durum değişkenlerini içeren uygun durum uzay modelinin belirlenmesidir. Fourier dönüşüm katsayılarının özelliklerini belirlemek için denklem (4) ve (5) te sırasıyla ifade edilen durum değişkenlerinin karşı türevleri zamana ve çarpımlarının dönüşümlerinin bulunması gerekmektedir [6].

$$\frac{d}{dt} < x >_k (t) = <\frac{d}{dt} x >_k (t) - jk\omega < x >_k (t)$$
(4)

$$\langle x.y \rangle_{k}(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \langle x \rangle_{k-n}(t) \langle y \rangle_{n}(t)$$
 (5)

### 3. PAF'NİN TEMEL DENKLEMLERİ

Bu bölümde, Şekil 1'de gösterilen tek fazlı gerilim kaynaklı paralel aktif filtrenin temel matematiksel denklemleri çıkartılmıştır. Şekil 1'de  $R_s$  ve  $L_s$ kaynağın direnç ve endüktansını ifade etmektedir.  $R_{AF}$ ve  $L_{AF}$  ise aktif filtre evirici devresinde yer alan anahtarlama elemanlarından oluşan harmonikleri kompanze etmek için kullanılan pasif elemanlardır. Yük olarak doğrusal olmayan R-L yüklü diyot doğrultucu devresi kullanılmıştır. Yük akımının sürekliliğinin sağlanabilmesi için; yük endüktansı yeterli büyüklükte olmalı ve ona göre hesaba katılmalıdır.



**Şekil 1.** Gerilim kaynaklı paralel aktif filtre topolojisi.

Modellemede yük ve aktif filtre için iki ayrı anahtarlama fonksiyonu çıkarılmış ve analitik ifadeleri belirlenmiştir.



Şekil 2. Doğrultucu anahtarlama fonksiyonu.

Yük olarak kullanılan diyot doğrultucunun giriş-çıkış akım ve gerilim ilişkileri Şekil 2'de gösterilen  $u_1(t)$  anahtarlama fonksiyonu kullanılarak;

$$i_L = i_0 u_1(t)$$
 (6)

$$V_0 = V_{in} u_1(t) \tag{7}$$

denklemleri ile ifade edilmiştir.



Şekil 3. Aktif filtre anahtarlama fonksiyonu.

 $u_2(t)$  ile ifade edilen aktif filtre anahtarlama fonksiyonu Şekil 3'te gösterilmiştir ve buna bağlı giriş akımı ve çıkış gerilimi arasındaki bağıntı;

$$i_C = -i_{AF} u_2(t) \tag{8}$$

$$V_2 = V_C u_2(t) \tag{9}$$

denklemleriyle gösterilmiştir.

Önerilen gerilim kaynaklı PAF topolojisi  $u_1(t)$  ve  $u_2(t)$ anahtarlama fonksiyonlarına bağlı olarak; Şekil 4'teki gibi pasif elemanlar, bağımlı gerilim ve akım kaynaklarına dönüştürülmüştür.



Şekil 4. Paralel aktif filtrenin anahtarlama fonksiyon modeli.

PAF sisteminin durum değişkenleri;

$$\frac{di_0}{dt} = \frac{1}{L_0} \left[ V_{in} \, u_1(t) - R_0 \, i_0 \right] \tag{10}$$

$$\frac{dV_C}{dt} = -\frac{1}{C}i_{AF}u_2(t) \tag{11}$$

$$\frac{di_{AF}}{dt} = \frac{1}{L_{AF}} \left[ V_{in} - V_C \ u_2(t) - R_{AF} \ i_{AF} \right]$$
(12)

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{1}{L_s} \left[ V_s - V_{in} - R_s i_s \right]$$
(13)

$$\frac{dV_{in}}{dt} = \frac{1}{C_s} \left[ i_s - i_{AF} - i_0 u_1(t) \right]$$
(14)

denklemleriyle ifade edilir.

# 4. PAF'NİN GSSA YÖNTEMİ İLE MODELLENMESİ

Doğrultucu çıkış akımı  $(i_o)$  ve evirici kaynak gerilimi  $(V_C)$  için sadece DC değerleri hesaplanmıştır. Çünkü kondansatörün ve yük bobininin değerleri oldukça büyük düşünülmüştür.

$$\langle i_o \rangle_0 = x_1 \tag{15}$$

$$\langle V_C \rangle_0 = x_2 \tag{16}$$

Kaynak akımı  $(i_s)$ 'nin ise sadece temel frekansı göz önüne alınmıştır. Çünkü sistemin GSSA modelinde, kaynak akımında yer alan 3., 5. ve 7. harmonikler aktif filtre tarafından karşılanmıştır. 1. harmonik yaklaşımı kullanılan GSSA modelde durum değişkenleri;

$$< i_s >_1 = x_3 + jx_4$$
  
(17)  
 $< i_s >_{-1} = < i_S >_1^* = x_3 - jx_4$   
(18)

ile ifade edilmiştir.

Aktif filtre akımı ( $i_{AF}$ )'nin ise reaktif akımı düzeltmek ve kondansatörü şarj etmek için evirici çıkışının temel frekansı ve ayrıca sistemde en etkin olan 3., 5. ve 7. dereceden akım harmonikleri alınarak;

$$\langle i_{AF} \rangle_1 = x_5 + jx_6$$
 (19)

$$\langle i_{AF} \rangle_{-1} = \langle i_{AF} \rangle_{1}^{*} = x_{5} - jx_{6}$$
 (20)

$$\langle i_{AF} \rangle_3 = x_7 + jx_8$$
 (21)

$$\langle i_{AF} \rangle_{-3} = \langle i_{AF} \rangle_{3}^{*} = x_{7} - jx_{8}$$
 (22)

$$\langle i_{AF} \rangle_5 = x_9 + jx_{10}$$
 (23)

$$\langle i_{AF} \rangle_{-5} = \langle i_{AF} \rangle_{5}^{*} = x_{9} - jx_{10}$$
 (24)

$$\langle i_{AF} \rangle_7 = x_{11} + j x_{12}$$
 (25)

$$\langle i_{AF} \rangle_{-7} = \langle i_{AF} \rangle_{7}^{*} = x_{11} - jx_{12}$$
 (26)

değişkenleri ile gösterilmiştir.

Kaynak tarafında bulunan kondansatör üzerine düşen gerilim ( $V_{in}$ ) hesaplanırken de 1. harmonik yaklaşım gözönüne alınarak;

$$\langle V_{in} \rangle_1 = x_{13} + jx_{14}$$
 (27)

$$\langle V_{in} \rangle_{-1} = \langle V_{in} \rangle_{1}^{*} = x_{13} - jx_{14}$$
 (28)

değişkenleri ile ifade edilmistir.

Kaynağa ve anahtarlama fonksiyonlarına Fourier dönüşümü uygulandığında;

$$V_s(t) = v_s \, \sin(\omega t) \tag{29}$$

$$\langle V_s(t) \rangle_0 = 0$$
 (30)

$$\langle V_s(t) \rangle_1 = \frac{-jv_s}{2} \tag{31}$$

$$< u_1(t) >_0 = 0$$
 (32)

$$\langle u_1(t) \rangle_1 = \frac{-j2}{\pi}$$
(33)

$$< u_2(t) >_1 = 0.427 + j0.337$$
 (34)

$$\langle u_2(t) \rangle_3 = -0.0239 + j0.087$$
 (35)

$$\langle u_2(t) \rangle_5 = 0.336 + j0.135$$
 (36)

$$\langle u_2(t) \rangle_7 = 0.0219 - j0.295$$
 (37)

denklem takımları elde edilir.

(15–37)'deki denklem takımları, (10–14)'te çıkartılan sistemin durum uzay denklemlerinde yerlerine konularak elde edilen yeni ifadelere, doğrultucunun  $\alpha = 0$  tetikleme açısında (4)-(5)'te gösterilen Fourier dönüşüm denklemleri uygulandığında tüm sistemin GSSA modeli çıkartılır. Modelleme sonucunda çıkan denklemlerdeki bilinmeyen değişkenleri bulmada kullanılan matris ifadesi;

	$\begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L} \end{bmatrix}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{4}{\pi L_{\star}}$	
$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \dot{x}_{3} \\ \dot{x}_{4} \\ \dot{x}_{5} \\ \dot{x}_{5} \\ \dot{x}_{5} \\ \dot{x}_{5} \\ \dot{x}_{5} \\ \dot{x}_{6} \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{13} \\ \dot{x}_{14} \end{bmatrix} = =$	0	0	0	0	$\frac{0189}{C}$	$\frac{0113}{C}$	$\frac{00005}{C}$	$\frac{-0000}{C}$ 7	$\frac{-0112}{C}$	$\frac{-00182}{C}$	$\frac{-00045}{C}$	$\frac{0087}{C}$	0	0	
	0	$\frac{R_s}{L_t}$	ω	0	0	0	0	0	$\frac{1}{L_{\star}}$	0	0	0	0	0	
	0	-ω	$\frac{R_s}{L_s}$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{L}$	0	0	0	0	
	0	$\frac{0427}{L_c}$	0	0	$\frac{R_f}{L_c}$	ω	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{L_c}$	0	$\begin{array}{ c c c c } x_{l} & 0 \\ x_{2} & 0 \\ \hline \end{array}$
	0	$\frac{0337}{L_{\rm f}}$	0	0	ω	$\frac{R_f}{L_f}$	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{L_f}$	$\begin{vmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{vmatrix} = \frac{-v_s}{2L_s}$
	0	$\frac{00239}{L_f}$	0	0	0	0	$\frac{R_f}{L_f}$	Зω	0	0	0	0	0	0	$\begin{vmatrix} x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$
	0	$\frac{-0087}{L_f}$	$\frac{1}{C_s}$	$\frac{2}{\pi C_s}$	0	0	-3ω	$\frac{R_f}{L_f}$	0	0	0	0	0	0	$\begin{vmatrix} x_{9} \\ x_{8} \\ x_{9} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$
	0	$\frac{-0336}{L_{\rm f}}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{R_f}{L_f}$	5ω	0	0	0	0	$\begin{vmatrix} x_{l0} \\ x_{l1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$
	0	$\frac{-0.135}{L_f}$	0	0	0	0	0	0	-5ω	$-\frac{R_f}{L_f}$	0	0	0	0	$\begin{array}{ c c c c c } x_{l2} & 0 \\ x_{l3} & 0 \\ \end{array}$
	0	$\frac{-00219}{L_f}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{C_s}$	0	$\frac{R_f}{L_f}$	7ω	0	0	$\begin{bmatrix} x_{I4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
	0	$\frac{0295}{L_f}$	0	0	0	0	0	0	0	0	-7ω	$-\frac{R_f}{L_f}$	0	0	
	0	0	$\frac{1}{C_{s}}$	0	$\frac{1}{C_{\rm r}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	ω	
	$\left[ \frac{2}{\pi C_s} \right]$	0	0	$\frac{1}{C_s}$	0	$\frac{1}{C_s}$	0	0	0	0	0	0	-ω	0	

(38) denklemi ile gösterilmiştir. Bu matris MATLAB gibi bir yazılım programı ile kolaylıkla çözülebilir.

Devre parametrelerine ilişkin (15)-(28)'de verilen değişkenler denklem (1)'de çözümlendiğinde;

 $i_o(t) = x_1 \tag{39}$ 

$$V_c(t) = x_2 \tag{40}$$

$$i_s(t) = 2x_3 \cos \omega t - 2x_4 \sin \omega t \tag{41}$$

$$i_{AF}(t) = 2x_5 \cos \omega t - 2x_6 \sin \omega t + 2x_7 \cos 3\omega t$$
  
$$-2x_8 \sin 3\omega t + 2x_9 \cos 5\omega t - 2x_{10} \sin 5\omega t \qquad (42)$$
  
$$+2x_{11} \cos 7\omega t - 2x_{12} \sin 7\omega t$$

$$V_{in}(t) = 2x_{13}\cos\omega t - 2x_{14}\sin\omega t$$
(43)

durum değişkenlerinin harmonik açılım denklemleri elde edilir. Matrisin çözümünden alınan değişkenlerin elde edilen bu sonuçlarda yerine konulması ile devrenin tüm parametreleri çözülür.

# 4. GSSA VE GERÇEK-ZAMAN SİMÜLASYON SONUÇLARI

Gerilim kaynaklı PAF'yi matematiksel olarak modellemede kullanılan GSSA yönteminin sonuçlarını desteklemek amacıyla ayrıca PSIM simülasyon programında gerçek-zaman simülasyonu gerçekleştirilmiştir.

(38)

Aktif filtre bağlanmadan önce R-L yüklü doğrultucunun şebekeden çektiği akım Şekil 5'te gösterilmiştir.



**Şekil 5.** R-L yüklü doğrultucunun şebekeden çektiği akım.

Sisteme PAF bağlandıktan sonra aktif filtrenin şebekeye verdiği akımın PSIM ile yapılan simülasyon ve GSSA sonuçları Şekil 6'da gösterilmiştir.



Şekil 6. PAF akımının sırasıyla simülasyon ve GSSA sonuçları.

Sisteme PAF bağlandıktan sonra doğrusal olmayan yükün şebekeden çektiği akım saf sinüsoidal olmaktadır. Kaynak akımının simülasyon programından ve GSSA modelinden alınan sonuçları Şekil 7 ve Şekil 8'de sırasıyla gösterilmektedir.



Şekil 7. PSIM simülasyonu ile kaynak akımı.



Şekil 8. GSSA yöntemi ile kaynak akımı.

Her iki uygulamadan alınan sonuçlar oldukça benzer karakteristik göstermektedir. Bu da bize aktif filtreleri matematiksel olarak modellemede kullanılan GSSA yönteminin geçerliliğini ispatlamıştır. Aradaki farklılık ise matematiksel yöntemin uygulanmasında aktif filtrenin anahtarlama frekansının ve yüksek hesaba dereceli harmoniklerin katılmamasından kaynaklanmaktadır. Fakat (1)'de denklem n katsayısını arttırdığımızda ve hesaplamayı ona göre yaptığımızda her iki sonuç daha çok benzerlik gösterecektir.

# 5. SONUÇ

Bu calısmada PAF, GSSA metodu ile matematiksel olarak modellenmiştir. Ayrıca matematiksel modelin doğruluğunu kanıtlamak için PSIM simülasyon programında PAF tasarlanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. GSSA metoduyla aktif filtrenin geleneksel modellenmesinde, benzetim yöntemlerinden farklı olarak uzun işlem süresi, büyük program dosyaları ve dönüşüm problemleri ortadan kaldırılmıştır. Ayrıca bu metot kullanılarak, aktif filtrenin doğrusal olmayan denklemlerinden, doğrusal durum denklemleri çıkartılmıştır. Üstelik sistemin tüm durum değişkenlerinin harmonik açılımları elde edilmiştir.

# KAYNAKLAR

- [1] Ergün Amaç A., Yeni Aktif Filtre Topolojileri Kullanarak Akım ve Gerilim Harmoniklerinin Azaltılması ve KGS sistemlerine Uygulanması, Doktora Tezi, KOÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli, Türkiye, Ekim 2003.
- [2] Emadi A., "Modelling and Analysis of Multi-Converter DC Power Electronic Systems Using the Generalized State Space Averaging Method," in Proc. IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.51, No. 3, June 2004, pp. 661-668.
- [3] Mahdavi J., Emadi A., Bellar M. D., Ehsani M., "Analysis of Power Electronic Converters Using the Generalized State Space Averaging Approach," in Proc. IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundemantal Theory and Applications, Vol. 44, No. 8, Aug. 1997, pp. 767-770.
- [4] Emadi A., "Modelling of Power Electronic Loads in AC Distribution System Using the Generalized State-Space Averaging Method," in Proc. IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.51, No. 5, October 2004, pp. 992-1000
- [5] Sanders S. R., Noworolski J. M., Liu X. Z., Verghese G. C., "Generalized Averaging Method for Power Conversion Circuits," in Proc. IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 6, No. 2, April 1991, pp.251-259.
- [6] Nasiri A., Emadi A., "Modelling, Simulation, and Analysis of Active Filter Systems Using Generalized State Space Averaging Method," in Proc. 29th IEEE Industrial Electronics Society, 2003, pp.1999-2004.
- [7] Nasiri A., "Harmonics in Sea and Undersea Vehicles: Sources, Effects, and Solutions," in Proc. IEEE Industrial Applications Conference, 2005, pp. 161-167.
- [8] Krein P. T., Bentsman J., Bass R. M., Lesieutre B., "On the Use of Averaging for the Analysis of Power Electronic Systems," in Proc. IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 5, No. 2, 1990, pp. 182-190.
- [9] Yazdani A., Iravani R., "A Generalized State-Space Averaged Model of the Three-Level NPC Converter for Systematic DC-Voltage-Balancer and Current-Controller Design," in Proc. IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 20, No. 2, April 2005, pp. 1105-1114.